

www.freemaths.fr

1^{re}

Technologique Mathématiques

Automatismes



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

AUTOMATISME 22

CORRECTION

1. Déterminons le taux d'évolution de la population entre 2012 et 2020:

Soient P_1 , le nombre d'habitants en 2012 (200), et P_2 le nombre d'habitants en 2020 (216).

Le taux d'évolution de la population de ce village entre 2012 et 2020 est:

$$\begin{aligned} \tau &= \left(\frac{P_2 - P_1}{P_1} \right) \times 100 \\ &= \left(\frac{216 - 200}{200} \right) \times 100 \\ &= \left(\frac{16}{200} \right) \times 100 \\ &= 8\%. \end{aligned}$$

Ainsi, le taux d'évolution de la population entre 2012 et 2020 est de: **+8%**.

2. Déterminons le nombre d'habitants en 2050:

Soient P_1 , le nombre d'habitants en 2020 (54000), et P_2 le nombre d'habitants en 2050 (x).

Le taux d'évolution de la population de ce village entre 2020 et 2050 est:

$$\begin{aligned}\tau &= \left(\frac{P_2 - P_1}{P_1} \right) \times 100 \\ &= \left(\frac{x - 54000}{54000} \right) \times 100 \\ &= \left(\frac{x - 54000}{540} \right).\end{aligned}$$

Or: $\tau = + 10\%$.

$$\text{D'où: } 10 = \left(\frac{x - 54000}{540} \right) \Leftrightarrow 5400 = x - 54000$$

$$\Leftrightarrow x = 5400 + 54000 \text{ cad } x = 59400.$$

Ainsi, le nombre d'habitants en 2050 est de: **59400**.

3. Déterminons la valeur de ce nombre:

Soient " x " la quantité initiale (avant la baisse), et " x' " la quantité finale (après la baisse).

Nous avons: $x' = x \times (1 - 5\%)$, car baisse de 5%

$$= x \times 0,95.$$

Ainsi, la valeur de ce nombre est égale à: **0,95**.

4. Déterminons le taux global d'évolution du prix de l'article après ces deux hausses:

Ici le prix augmente de 10%, puis ré-augmente de 10%.

Soient P le prix initial (avant les deux hausses), et P' le prix final (après les deux hausses).

$$\text{Nous avons: } P' = P \times (1 + 10\%) \times (1 + 10\%)$$

$$= P \times 1,1 \times 1,1$$

$$= P \times 1,21$$

$$= P \times (1 + 0,21)$$

$$= P \times (1 + 21\%)$$

$$= P + 21\% \times P.$$

Ainsi, le taux global d'évolution du prix de l'article après ces deux hausses est de: **+ 21%**.

5. Résolvons dans \mathbb{R} l'inéquation $2x - 1 < 3$:

$$2x - 1 < 3 \Leftrightarrow 2x < 3 + 1 \Leftrightarrow x < 2.$$

Ainsi, l'ensemble des solutions de $2x - 1 < 3$ est: $] -\infty; 2 [$.

6. Résolvons dans \mathbb{R} l'équation $x^2 = 6$:

$$\text{Soit l'équation: } x^2 = 6.$$

$$x^2 = 6 \Leftrightarrow x^2 = (+\sqrt{6})^2 \text{ ou } x^2 = (-\sqrt{6})^2 \Leftrightarrow x = -\sqrt{6} \text{ ou } x = \sqrt{6}.$$

Ainsi, l'équation $x^2 = 6$ admet deux solutions: $x = -\sqrt{6}$ et $x = \sqrt{6}$.

7. Donnons le signe de $A(x) = (4 - 2x)(x + 4)$ sur $]2; +\infty [$:

$$\text{Préalablement notons que: } \bullet 4 - 2x < 0 \text{ ssi } x > 2,$$

- $4 - 2x = 0$ ssi $x = 2$,
- $4 - 2x > 0$ ssi $x < 2$,
- $x + 4 < 0$ ssi $x < -4$,
- $x + 4 = 0$ ssi $x = -4$,
- $x + 4 > 0$ ssi $x > -4$.

D'où, le tableau de signe suivant:

x	$-\infty$	-4	2	$+\infty$	
$(4 - 2x)$	+	+	0	-	
$(x + 4)$	-	0	+	+	
$A(x)$	-	0	+	0	-

Ainsi, sur $]2; +\infty[$ le signe de $A(x)$ est: **strictement négatif**.

8. Déterminons le calcul qui permet de calculer le taux d'évolution entre 2014 et 2016:

Soient les deux indices suivants: $I_{2014/2012} = 110,5$ et $I_{2016/2012} = 122,3$.

D'après la propriété de **CIRCULARITÉ**:

$$I_{2/0} = \frac{I_{2/1} \times I_{1/0}}{100} \text{ soit encore } I_{2/1} = \frac{I_{2/0}}{I_{1/0}} \times 100.$$

Dans ces conditions, ici nous avons, base 100 l'année 2012:

$$I_{2016/2014} = \frac{I_{2016/2012}}{I_{2014/2012}} \times 100.$$

Ainsi, le calcul qui permet de calculer le taux d'évolution entre 2014 et 2016 est: $(I_{2016/2014} - 100)\%$.

9. Déterminons l'indice en 2025 de ce nombre d'immatriculations:

Ici, le nombre d'immatriculations de voitures augmente de 9% entre l'année 2012 et l'année 2025.

Dans ces conditions, base 100 en 2012: $I_{25/12} = 109$.

Ainsi, l'indice en 2025 de ce nombre d'immatriculations est: $I_{25/12} = 109$.

10. Déterminons combien de voitures ont été immatriculées en 2016:

Pour répondre à cette question, il suffit de faire une règle de trois!

$$\frac{100\,000}{100} = \frac{x}{122,3} \Leftrightarrow 100\,000 \times 122,3 = 100 \times x \text{ cad } x = 122\,300.$$

Ainsi, le nombre de voitures immatriculées en 2016 est de: 122 300.