Corrigé
Exercice 2

freemaths.fr

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

Session 2018

MATHÉMATIQUES – Série ES

ENSEIGNEMENT OBLIGATOIRE

Durée de l'épreuve : 3 heures – coefficient : 5

MATHÉMATIQUES – Série L

ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Durée de l'épreuve : 3 heures – coefficient : 4

SUJET

ÉPREUVE DU MARDI 19 JUIN 2018

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.
Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Le candidat s'assurera que le sujet est complet, qu'il correspond bien à sa série et à son choix d'enseignement (obligatoire ou spécialité).

Le sujet comporte 6 pages, y compris celle-ci.

EXERCICE 2 (5 points)

Candidats ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats L

Dans tout cet exercice les résultats seront arrondis au centième si nécessaire.

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A

Victor a téléchargé un jeu sur son téléphone. Le but de ce jeu est d'affronter des obstacles à l'aide de personnages qui peuvent être de trois types : « Terre », « Air » ou « Feu ».

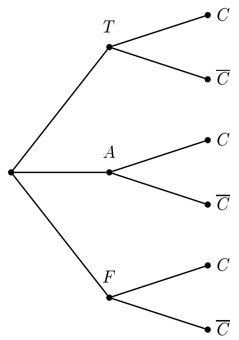
Au début de chaque partie, Victor obtient de façon aléatoire un personnage d'un des trois types et peut, en cours de partie, conserver ce personnage ou changer une seule fois de type de personnage.

Le jeu a été programmé de telle sorte que :

• la probabilité que la partie débute avec un personnage de type « Terre » est 0,3 ;
• la probabilité que la partie débute avec un personnage de type « Air » est 0,5 ;
• si la partie débute avec un personnage de type « Terre », la probabilité que celui-ci soit conservé est 0,5 ;
• si la partie débute avec un personnage de type « Air », la probabilité que celui-ci soit conservé est 0,4 ;
• si la partie débute avec un personnage de type « Feu », la probabilité que celui-ci soit conservé est 0,9.

On note les évènements suivants :
• T : la partie débute avec un personnage de type « Terre » ;
• A : la partie débute avec un personnage de type « Air » ;
• F : la partie débute avec un personnage de type « Feu » ;
• C : Victor conserve le même personnage tout au long de la partie.

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-dessous.



2. Calculer la probabilité que Victor obtienne et conserve un personnage de type « Air ».

3. Justifier que la probabilité que Victor conserve le personnage obtenu en début de partie est 0,53.

4. On considère une partie au cours de laquelle Victor a conservé le personnage obtenu en début de partie.
Quelle est la probabilité que ce soit un personnage de type « Air » ?

Partie B

On considère 10 parties jouées par Victor, prises indépendamment les unes des autres.
On rappelle que la probabilité que Victor obtienne un personnage de type « Terre » est 0,3.
Y désigne la variable aléatoire qui compte le nombre de personnages de type « Terre » obtenus au début de ses 10 parties.

1. Justifier que cette situation peut être modélisée par une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

2. Calculer la probabilité que Victor ait obtenu exactement 3 personnages de type « Terre » au début de ses 10 parties.

3. Calculer la probabilité que Victor ait obtenu au moins une fois un personnage de type « Terre » au début de ses 10 parties.

EXERCICE 2

[Antilles-Guyane 2018]

Partie A:

1. Recopions et complétons l'arbre de probabilités:

D'après l'énoncé, nous avons:

- $T =$ " la partie débute avec un personnage de type **Terre** ".
- $A =$ " la partie débute avec un personnage de type **Air** ".
- $F =$ " la partie débute avec un personnage de type **Feu** ".
- $C =$ " Victor conserve le même personnage tout au long de la partie ".
- $\overline{C} =$ " Victor ne conserve pas le même personnage tout au long de la partie ".

- $P(T) = 0,3$
- $P(A) = 0,5$
- $P(F) = 1 - 0,3 - 0,5 = 0,2$.

- $P_T(C) = 0,5$
- $P_T(\overline{C}) = 1 - 0,5$.

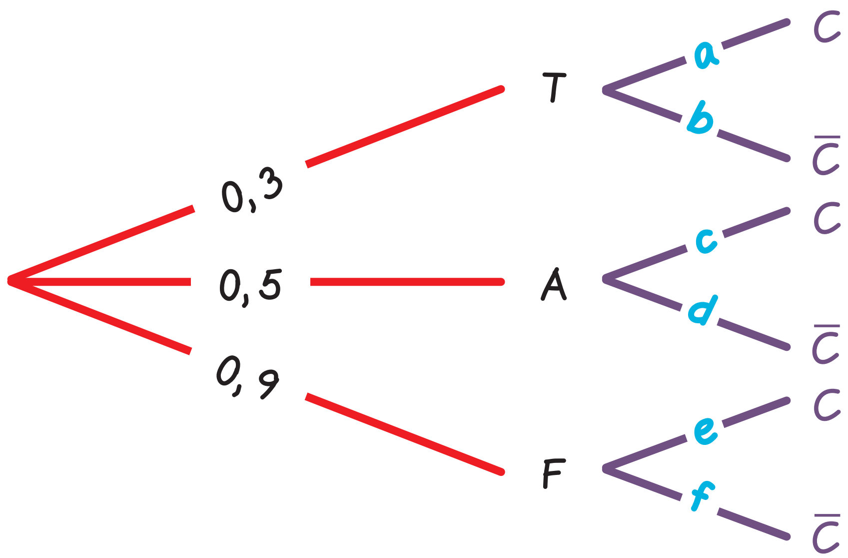
$\bullet P_A(C) = 0,4$

$\bullet P_A(\overline{C}) = 1 - 0,4 = 0,6.$

$\bullet P_F(C) = 0,9$

$\bullet P_F(\overline{C}) = 1 - 0,9 = 0,1.$

Nous avons ainsi l'arbre de probabilité suivant:



, avec:

- $a = 0,5$
- $b = 0,5$
- $c = 0,4$
- $d = 0,6$
- $e = 0,9$
- $f = 0,1$

2. Calculons la probabilité que Victor obtienne et conserve un personnage de type " Air ":

Nous devons calculer: $P(A \cap C)$.

$P(A \cap C) = P_A(C) \times P(A)$.

Ainsi: $P(A \cap C) = 0,4 \times 0,5$ cad: $P(A \cap C) = 0,2$.

Au total, la probabilité que Victor obtienne et conserve un personnage de type " Air " est de: 20%.

3. Justifions que $P(C) = 0,53$:

Calculons: $P(C)$.

L'événement $C = (C \cap T) \cup (C \cap A) \cup (C \cap F)$.

D'où: $P(C) = P(C \cap T) + P(C \cap A) + P(C \cap F)$

$$= P_T(C) \times P(T) + P_A(C) \times P(A) + P_F(C) \times P(F).$$

Ainsi: $P(C) = 0,5 \times 0,3 + 0,4 \times 0,5 + 0,9 \times 0,2 \Rightarrow P(C) = 0,53$.

Au total: il y a bien 53% de chance pour que Victor conserve le personnage obtenu en début de partie.

4. Déterminons la probabilité que ce soit un personnage de type " Air ", sachant que Victor a conservé le personnage obtenu en début de partie:

Nous devons calculer: $P_C(A)$.

$$P_C(A) = \frac{P(C \cap A)}{P(C)}$$

$$= \frac{P_A(C) \times P(A)}{P(C)}.$$

Ainsi: $P_C(A) = \dfrac{0,4 \times 0,5}{0,53} \Rightarrow P_C(A) \approx 37,73\%$.

Au total: la probabilité que ce soit un personnage de type " Air " sachant que Victor a conservé le personnage obtenu en début de la partie est de 37,73%.

Partie B:

1. Justifions que la situation peut être modélisée par une loi binômiale:

Soit l'expérience aléatoire consistant à prendre au hasard 10 parties jouées par Victor: les 10 parties sont prises indépendamment les unes des autres.

On suppose que le nombre de parties est suffisamment grand pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage aléatoire avec remise.

Soient les événements T = " la partie débute avec un personnage de type **Terre** ", et $\overline{T}$ = " la partie ne débute pas avec un personnage de type **Terre** ".

On désigne par Y la variable aléatoire égale au nombre de personnages de type " Terre " obtenus par Victor au début de ses 10 parties.

Nous sommes en présence de 10 épreuves aléatoires identiques et indépendantes.

La variable aléatoire discrète Y représentant le nombre de réalisations de T suit donc une loi binômiale de paramètres: $n = 10$ et $p = 0,3$.

Et, nous pouvons noter: $Y \rightsquigarrow B(10\,;\,0,3)$.

En fait, on répète 10 fois un schéma de Bernoulli.

2. Calculons $P(Y = 3)$:

$$P(Y = 3) = \binom{10}{3}(0,3)^3(1 - 0,3)^7 \Rightarrow P(Y = 3) \approx 27\%.$$

Au total: il y a 27% de chance pour que Victor ait obtenu exactement 3 personnages de type " Terre " au début de ses 10 parties.

3. Calculons $P(Y \geqslant 1)$:

$$P(Y \geqslant 1) = 1 - P(Y = 0)$$

$$= 1 - \binom{10}{0}(0,3)^0(1 - 0,3)^{10} \Rightarrow P(Y \geqslant 1) \approx 97\%.$$

Au total: il y a 97% de chance pour que Victor ait obtenu au moins une fois un personnage de type " Terre " au début de ses 10 parties.