SUJET + CORRIGÉ

OLYMPIADES DE MATHÉMATIQUES

ACADÉMIE DE PARIS

Classes de première S • 2015

OLYMPIADES ACADÉMIQUES DE MATHÉMATIQUES

SESSION 2015

CLASSE DE PREMIÈRE

DURÉE : 4 heures

Le candidat indique obligatoirement en tête de sa copie la série dans laquelle il compose.

Les copies sans indication de série ne seront pas classées.

L'épreuve comporte quatre exercices, tous à traiter dans le temps imparti. Il est conseillé de ne pas en privilégier trop fortement un sur les autres.

Il est conseillé aux candidats qui ne pourraient formuler une réponse complète à une question d'exposer le bilan des initiatives qu'ils ont pu prendre.

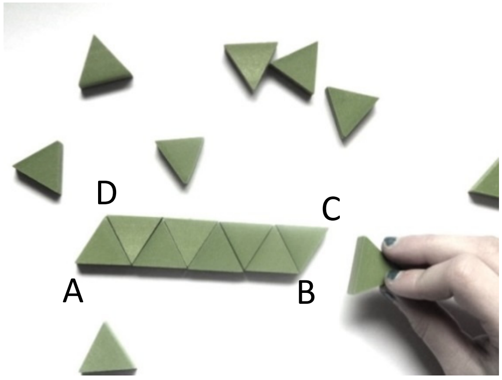
Les calculatrices sont autorisées, à l'exclusion de tout autre appareil électronique.

Le sujet comporte 5 pages y compris cette page.

Dès que ce sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Exercice numéro 1

Défi entre sœurs



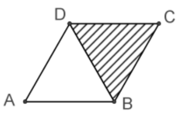
Patiemment, Clémence aligne les triangles équilatéraux identiques de son jeu de mosaïque en les juxtaposant comme le montre la photo ci-contre.
Sa sœur, Léa, qui est en première et toujours en quête de quelques calculs à effectuer, s'amuse à trouver la **valeur exacte** des longueurs des diagonales des quadrilatères obtenus.
Chaque triangle équilatéral a pour côté 1. On note :

- ABCD un quadrilatère construit par Clémence ;
- L = AC la longueur de la diagonale [AC] ;
- l = BD la longueur de la diagonale [BD].

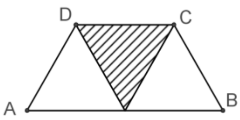
Partie A

1. Calculer la longueur d'une hauteur d'un triangle équilatéral de côté 1.

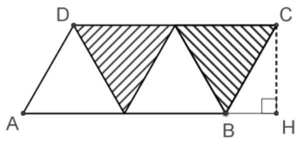
2. Calculer les longueurs l et L pour les cas suivants :



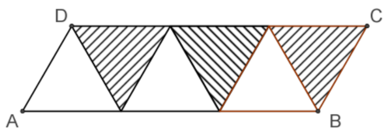
Deux triangles



Trois triangles



Quatre triangles



Six triangles

Partie B

Clémence continue à ajouter des triangles et défie sa sœur de poursuivre ses calculs de diagonales. Léa note n le nombre de triangles équilatéraux alignés (n est un entier supérieur ou égal à 2) et se met à chercher :

1. Lorsque le nombre n de triangles est **pair,** montrer que la longueur de la diagonale la plus grande est égale à $L = \sqrt{p^2 + p + 1}$, où $p = \frac{n}{2}$.
2. Si Clémence ajoute un triangle supplémentaire au cas précédent, que deviennent les longueurs l et L ?
3. Clémence a aligné 56 triangles. Déterminer les longueurs l et L calculées par Léa.

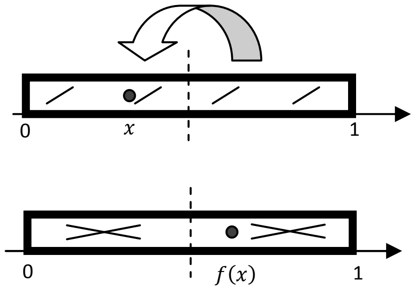
Partie C

Observant tous les calculs de longueur de diagonales effectués, Léa conjecture deux propriétés :
1^re^ propriété : « Pour tout nombre n de triangles juxtaposés, L est la racine carrée d'un nombre impair »
2^e^ propriété : « Pour tout nombre n de triangles juxtaposés, L est la racine carrée d'un nombre premier »
On rappelle qu'un nombre premier est un entier naturel divisible seulement par 1 et lui-même ; par exemple 2, 11, 29 sont des nombres premiers et 1, 8, 33 ne le sont pas.

1. Valider ou invalider chacune de ces propriétés.
2. Peut-on affirmer que la racine carrée de tout nombre premier est la longueur possible d'une diagonale d'un quadrilatère ABCD du type ci-dessus ?
3. Pourquoi n'est-il pas possible d'obtenir une diagonale de longueur $\sqrt{2\ 015}$?
4. Clémence a construit un quadrilatère dont une diagonale mesure $\sqrt{1\ 015\ 057}$. Combien de triangles a-t-elle utilisés ? Donner toutes les réponses possibles.
5. Clémence dit à sa sœur : « sur les grands quadrilatères, à chaque fois qu'on ajoute deux triangles, la diagonale augmente d'environ 1 ». Le constatez-vous aussi ? (détailler la démarche). Si oui, le démontrer.

Exercice numéro 2

On est les rois !



Le boulanger place une fève, replie la pâte (qu'il a, ici, préalablement striée) sur elle-même, et l'étale dans le sens de la longueur : celle-ci s'étire jusqu'à retrouver ses dimensions initiales. Cette transformation, que l'on peut répéter, a donné lieu à quelques études mathématiques, dont cet exercice s'inspire.

Partie A – La transformation du boulanger

On considère la fonction f définie sur $[0\,,1]$ par :

$$f(x) = 2x \text{ si } x \leq \frac{1}{2} \text{ et } f(x) = 2(1-x) \text{ sinon.}$$

1. Montrer que l'image par f d'un élément de [0, 1] appartient à [0, 1].

2. Justifier pourquoi cette fonction f modélise le déplacement de la fève.

Partie B – Parcours d'une fève : cycles et cible

Les images successives par f d'un élément x de $[0\,,1]$ sont notées $x_1 = f(x)$, $x_2 = f(x_1)$, $x_3 = f(x_2)$ etc. Elles correspondent aux positions successives de la fève initialement placée à l'abscisse x.

1. Quelles sont les 9 positions qui suivent l'abscisse $\frac{1}{3}$? l'abscisse 0, 33 ? Commenter.

2. Est-il possible qu'une fève, placée à l'abscisse x, revienne à sa position de départ en un seul coup ? En deux coups (mais pas en un) ? En trois coups (mais ni en un ni en deux) ? Préciser à chaque fois toutes les valeurs de x pouvant répondre à la question.

3. Quand une fève placée à l'abscisse x vient, après un nombre fini d'étapes du processus, à occuper l'abscisse nulle, on dit que « x atteint sa cible ». Donner un exemple où x atteint sa cible, et un autre où x ne l'atteint pas.

4. Le nombre $\frac{2015}{2^{2015}}$ atteindra-t-il la cible ?

5. Déterminer tous les nombres de $[0\,,1]$ atteignant leur cible.

Partie C – Étude d'un algorithme.

1. Soit un nombre x dont on suppose qu'il atteint la cible. Modifier l'algorithme proposé en **Annexe** afin qu'il affiche, dans ce cas, le nombre d'étapes nécessaires pour rejoindre le réel 0 (on recopiera le nouveau code sur sa copie).

2. D'après la question **B.5**. ou même **B.2.**, le nombre $\frac{1}{9}$ n'atteint pas sa cible. Comment devrait se comporter l'algorithme après avoir saisi $x = \frac{1}{9}$ en entrée ? Quand on le programme sur une machine de type PC ou calculette, toujours avec $x = \frac{1}{9}$ en initialisation, puis qu'on l'exécute, il affiche cependant en sortie obtenir $x = 0$ au bout d'une cinquantaine d'itérations. Avancer une explication.

Annexe.

Variables
    x est un élément de $[0\,,1]$
Début
    Saisir le nombre x compris entre 0 et 1
    Tant que $x \neq 0$ **faire**
        Si $x \leq \frac{1}{2}$ **alors**
            x **prend la valeur** $2\,x$
        Sinon
        x **prend la valeur** $2(1-x)$
    Fin tant que
Fin

Exercice numéro 3

Les pièces du Prince

Dans la principauté de Pascher, la monnaie en circulation est l'euro (€) mais la banque nationale n'a mis en circulation que des billets de 20 €, et des pièces de 1 €, 2 € et 5 €.

Dans toute la suite, les prix sont toujours égaux à des nombres entiers d'euros.

PARTIE A

Dans une boutique, un client règle un achat avec un billet de 20 €.
Le commerçant dispose, pour rendre la monnaie, de pièces de 1, 2 et 5 €.

1. Quel est le nombre minimal de pièces nécessaires pour rendre la monnaie au client pour un achat d'un montant de 15 € ? de 13 € ?
2. Quel est le plus petit nombre de pièces, toutes valeurs confondues, dont doit disposer le commerçant pour pouvoir rendre la monnaie pour un achat d'un montant quelconque, compris entre 1 et 19 € ?

PARTIE B

La banque nationale décide de réformer. Elle remplace les billets de 20 € par des billets de 10 € et choisit de ne mettre en circulation que deux sortes de pièces, mais hésite encore sur la valeur faciale à donner à ces deux pièces.

On considère des achats d'un montant de 1 à 10 €, réglés avec un billet de 10 €.
On doit choisir deux valeurs faciales pour les pièces à mettre en circulation, et on se fixe le critère suivant, à savoir, que la moyenne du nombre minimal de pièces nécessaires pour rendre la monnaie, à un client qui paie, avec un billet de 10 €, un achat dont le montant est un nombre entier d'euros compris au sens large entre 1 et 10 €, soit la plus faible possible.

On suppose que les montants en euros des achats sont répartis de façon uniforme sur l'ensemble des entiers de 1 à 10.

1. Quelle sorte de pièce ne peut-on pas supprimer de la circulation ?
2. Si on choisit de garder en circulation des pièces de 1 € et de 2 €.
   Quelle est la moyenne du nombre minimal de pièces nécessaires pour rendre la monnaie, à un client qui paie avec un billet de 10 €, des achats dont le montant est un nombre entier d'euros compris au sens large entre 1 et 10 € ?
3. Y a-t-il un meilleur choix pour les deux valeurs faciales au vu du critère choisi ?
4. Au vu du critère choisi, a-t-on intérêt à abandonner le système à trois valeurs faciales, composé de pièces de 1 €, 2 € et 5 €, pour un système à deux valeurs faciales ?

Exercice numéro 4

À stratège, stratège et demi

100 entiers naturels –tous distincts– sont choisis au hasard et sont inscrits sur cent jetons (on ne connait donc en particulier ni le plus petit, ni le plus grand des nombres inscrits sur les jetons). Ces jetons, indiscernables au toucher, sont placés dans une urne.

Le jeu se déroule de la manière suivante : l'organisateur tire, au hasard, les jetons les uns après les autres, sans remise, et lit posément les nombres inscrits dessus. Le joueur doit arrêter cette lecture quand il pense que le plus grand des nombres de l'urne vient d'être annoncé (s'il ne l'arrête pas sur le plus grand ou s'il ne demande jamais l'arrêt, le joueur a perdu).

L'organisateur prétend qu'un joueur astucieux a plus d'une chance sur quatre de gagner. Petros veut s'assurer que c'est bien le cas.

Partie A

Petros réduit le jeu à quatre jetons. Il note j_1, j_2, j_3 , j_4 les nombres portés par ces jetons et considère que

$j_1 > j_2 > j_3 > j_4$. Il envisage maintenant diverses stratégies notées S_1, S_2, S_3, S_4 :

S_1 : il arrête le jeu au premier nombre annoncé ;
S_2 : il écoute le premier nombre et ensuite arrête le jeu si un nombre plus grand que le premier est annoncé ;
S_3 : il écoute les deux premiers nombres et ensuite arrête le jeu si un nombre plus grand que les deux premiers est annoncé ;
S_4 : il écoute les trois premiers nombres et ensuite arrête le jeu si le dernier nombre est plus grand que les trois premiers annoncés.

Quelle est, pour chacune de ces stratégies, la probabilité pour Petros de trouver le plus grand nombre ?

Partie B

Petros a trouvé une stratégie qui lui assure, pour le jeu avec 100 jetons, une probabilité de gagner supérieure à $\frac{1}{4}$. Sauriez-vous la décrire et la justifier ?

CORRECTION OLYMPIADES

EXERCICES ACADÉMIQUES

PARIS 2015

Exercice 3 : Les pièces du Prince

Partie A

1. Une seule pièce de 5€ suffit pour rendre la monnaie sur 15€ et deux pièces, de 5€ et 2€,

2. Il faut pouvoir constituer toute somme de 1 à 19€ avec un minimum de pièces. Trois pièces de 5€ et deux pièces de 2€ au minimum sont nécessaires pour rendre la monnaie sur 19€. Une pièce de 1€ supplémentaire est nécessaire pour rendre la monnaie sur 18€. Six pièces au moins sont nécessaires.

Compte tenu qu'avec deux pièces de 2€ et une pièce de 1€, il est possible de rendre la monnaie sur tout achat de 1 à 4 €, les six pièces sont suffisantes.

Partie B

1. Il n'est pas possible de supprimer les pièces de 1€, indispensables pour rendre la monnaie sur 9€.

2. La question revient à former toutes les sommes possibles de 1 à 9€ avec un nombre minimal de pièces.

Avec des pièces de 1 et de 2€ cela donne ceci :

Somme à réunir	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	Moyenne : $\frac{25}{9}$
Nombre de pièces	1	1	2	2	3	3	4	4	5	
Répartition			$2+1$	$2+2$	$2+2+1$	3×2	$3\times 2+1$	4×2	$4\times 2+1$	

La moyenne du nombre de pièces nécessaires pour rendre la monnaie est proportionnelle au nombre total de pièces nécessaires pour réunir tous les montants de 1 à 9€. Par exemple, dans le cas de pièces de 1 et de 2€, le tableau précédent montre que 25 pièces sont utilisées et la moyenne est $\frac{25}{9}$. Nous allons essayer de calculer ce nombre total, la moyenne du nombre de pièces s'obtient ensuite en divisant par 9 ce nombre total.

Les pièces de 1€ étant indispensables, soit n la valeur faciale de la deuxième pièce ($n \leq 9$). Essayons de trouver une formule permettant d'automatiser la recherche du nombre total de pièces.

Soit S un nombre entier tel que $1 \leq S \leq 9$ et soit $S = q_S\, n + r_S$ sa division euclidienne par n où q_S et r_S sont le quotient et le reste de la division ($0 \leq r_S < n-1$).

Pour former la somme S, il faudra q_S pièces de valeur faciale n euros et r_S pièces de 1€, soit un total de $(q_S + r_S)$ pièces où q_S et r_S

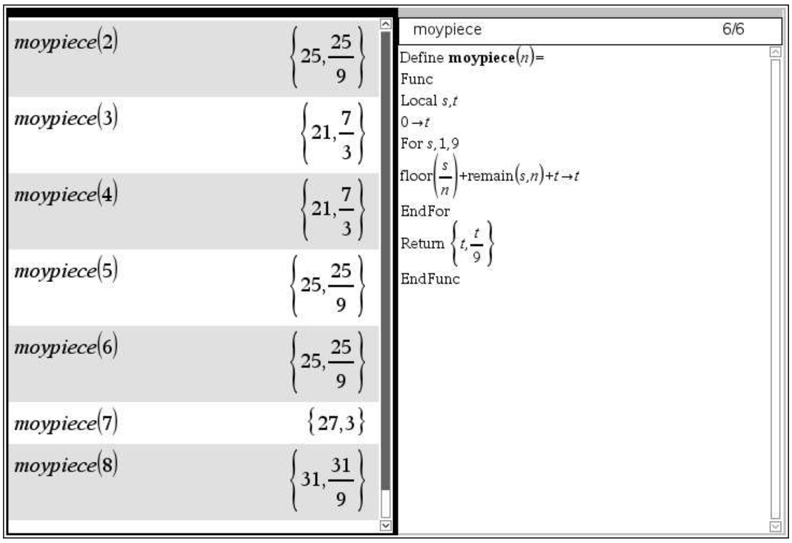
La formule donnant le nombre total T de pièces en fonction de n est ainsi : $T = (q_1 + r_1) + (q_2 + r_2) + ... + (q_9 + r_9)$, formule qu'il est possible de condenser grâce à la notation Sigma : $T = \sum_{S=1}^{9} (q_S + r_S)$.

Ci-contre, la fonction **moypiece** renvoie, pour une valeur de n donnée, le total des pièces et la moyenne des pièces.

(La fonction **floor** calcule le quotient et la fonction **remain** calcule le reste d'une division euclidienne).

3. Deux valeurs de n minimisent ce nombre de pièces et sont un meilleur choix que $n = 2$:

Il s'agit de $n = 3$ ou bien de $n = 4$



4. Comparons cette moyenne avec un système où des pièces de 1, 2, 5€ sont en circulation :

Somme à réunir	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	Moyenne :
Nombre de pièces	1	1	2	2	1	2	2	3	3	$\frac{17}{9}$
Répartition			$2+1$	$2+2$		$5+1$	$5+2$	$5+2+1$	$5+2+2$	

La moyenne est dans ce cas significativement inférieure, il n'y a aucun intérêt à abandonner ce système à trois pièces pour un système à deux pièces.

NB. Ce n'est pas le seul système à trois valeurs faciales pour lequel la moyenne des pièces est $\frac{17}{9}$.

Résultats pour un système à trois pièces de 1, 3, 6€ :

Somme à réunir	***1***	***2***	***3***	***4***	***5***	***6***	***7***	***8***	***9***	*Moyenne :* $\frac{17}{9}$
Nombre de pièces	*1*	*2*	*1*	*2*	*3*	*1*	*2*	*3*	*2*	
Répartition		$1+1$		$3+1$	$3+1+1$		*6+1*	$6+1+1$	$6+3$	

Résultats pour un système à trois pièces de 1, 2, 4€ :

Somme à réunir	***1***	***2***	***3***	***4***	***5***	***6***	***7***	***8***	***9***	*Moyenne :* $\frac{17}{9}$
Nombre de pièces	*1*	*1*	*2*	*1*	*2*	*2*	*3*	*2*	*3*	
Répartition			$2+1$		$4+1$	$4+2$	$4+2+1$	$4+4$	$4+4+1$	

Exercice 4 : À stratège, stratège et demi

Partie A : Cas de quatre jetons

1. Stratégie S1.

Le premier nombre annoncé est, de façon équiprobable, un des quatre nombres de l'ensemble $\{j_1, j_2, j_3, j_4\}$.
L'évènement G est l'évènement $G = \{j_1\}$, dont la probabilité est égale à $\frac{1}{4}$

2. Stratégie S2.

- Si le jeton j_1 est tiré en premier, Petros perd à coup sûr la partie car il n'arrêtera pas le jeu.
- Si le jeton j_2 est tiré en premier, Petros gagne à coup sûr la partie car seul le jeton j_1 a une valeur supérieure.
- Si le jeton j_3 est tiré en premier, la probabilité que Petros gagne la partie est égale à $\frac{1}{2}$ car deux jetons ont une valeur supérieure.
- Si le jeton j_4 est tiré en premier, la probabilité que Petros gagne la partie est égale à $\frac{1}{3}$ car trois jetons ont une valeur supérieure.

Autrement dit, en désignant par $P_k(G)$ la probabilité conditionnelle, sachant que le jeton j_k est tiré en premier, que Petros gagne la partie : $P_1(G) = 0$; $P_2(G) = 1$; $P_3(G) = \frac{1}{2}$; $P_4(G) = \frac{1}{3}$

Il y a équiprobabilité du premier tirage entre les quatre jetons.

$$P(G) = \frac{1}{4}P_1(G) + \frac{1}{4}P_2(G) + \frac{1}{4}P_3(G) + \frac{1}{4}P_4(G) = \frac{1}{4}\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) = \frac{11}{24}$$

3. Stratégie S3.

Considérons la paire de jetons tirée en premier.

Il y a $\binom{4}{2} = 6$ paires de jetons différentes, obtenues avec équiprobabilité, qui sont les paires suivantes :
$\{j_1, j_2\}$; $\{j_1, j_3\}$;$\{j_1, j_4\}$;$\{j_2, j_3\}$;$\{j_2, j_4\}$; $\{j_3, j_4\}$

Intéressons-nous au jeton de plus grande valeur de chaque paire : dans trois cas, c'est le jeton j_1, dans deux cas c'est le jeton j_2 et dans un cas, c'est le jeton j_3.

- La probabilité que le jeton de plus grande valeur soit le jeton j_1 est $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.
- La probabilité que le jeton de plus grande valeur soit le jeton j_2 est $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.
- La probabilité que le jeton de plus grande valeur soit le jeton j_3 est $\frac{1}{6}$.

Appelons comme dans la précédente stratégie $P_k(G)$ la probabilité conditionnelle, sachant que le jeton j_k est le jeton de plus grande valeur, que Petros gagne la partie : $P_1(G)=0$; $P_2(G)=1$; $P_3(G)=\frac{1}{2}$ (ces probabilités conditionnelles ne changent pas, il y a toujours autant de jetons dont la valeur est supérieure au jeton retenu).

Nous obtenons : $P(G)=\frac{1}{2}P_1(G)+\frac{1}{3}P_2(G)+\frac{1}{6}P_3(G)=0+\frac{1}{3}+\frac{1}{12}=\frac{5}{12}$

4. Stratégie S4.

Le dernier nombre annoncé est, de façon équiprobable, un des quatre éléments de l'ensemble $\{j_1,\ j_2, j_3,\ j_4\}$.
La probabilité que j_1 soit tiré en dernier et que Petros gagne la partie, est égale à $\frac{1}{4}$.

La meilleure stratégie est la stratégie S_2.

Partie B : Cas de 100 jetons

Une stratégie consistera à écouter un « certain » nombre n de jetons et à retenir le plus grand de ces nombres. Ensuite, la partie sera arrêtée lorsqu'un nombre de plus grande valeur que le nombre retenu sera énoncé.

Il n'est pas indispensable de se livrer à des calculs de probabilité quelque peu épineux, il suffit de prouver qu'il existe une stratégie dans laquelle la probabilité de gagner est supérieure à $\frac{1}{4}$.

Nous pouvons conjecturer que la stratégie consistant à écouter les 50 premiers numéros est intéressante.

Nous obtenons dans ce cas deux lots de 50 jetons, le lot A qui a été écouté et dont Petros retiendra le plus grand nombre, et le lot B qui ne l'a pas été.

Soit U l'évènement : « j_2 figure dans A » et V l'évènement « j_1 figure dans B »

Petros gagne à coup sûr si j_2 figure dans A et j_1 figure dans B, c'est-à-dire que l'évènement $U\cap V$ est inclus dans l'évènement G : « Petros gagne la partie ».

Or : $p(U\cap V)=P_U(V)=\frac{50}{100}\times\frac{50}{99}>\frac{1}{4}$

L'organisateur a raison, il existe des stratégies pour lesquelles la probabilité de gain est supérieure à $\frac{1}{4}$

Pour aller plus loin : Calcul de la probabilité de gain

Nous proposons de calculer exactement la probabilité de gain en fonction du nombre n de jetons écoutés.

Ce calcul nécessite de connaître le nombre de combinaisons de k éléments parmi n, c'est-à-dire $\binom{n}{k} = \dfrac{n!}{k!\,(n-k)!}$*. Il s'agit du nombre de façons de choisir un échantillon de k objets extrait d'un ensemble qui en contient n. L'emploi d'une calculatrice pour mener à bien les calculs est incontournable.*

Soit n un nombre entier, que l'on peut supposer sans trop de scrupules tel que $10 \leq n \leq 90$, et considérons la stratégie « Petros écoute les n premiers jetons et retient le plus grand des nombres énoncés puis arrête le jeu lorsqu'un nombre plus grand est énoncé ».

Le plus grand des nombres écoutés par Petros est l'un des nombres j_1, j_2, j_{100-n}.

Sachant que j_k est le plus grand des nombres écoutés, la probabilité que Petros gagne la partie est : $P_1(G) = 0$ si $k = 1$ et pour $k > 1$: $P_k(G) = \dfrac{1}{k-1}$.

En effet, si le jeton j_1 a été écouté, la partie est perdue et sinon il y a $k-1$ jetons dont la valeur est supérieure au plus grand écouté, la probabilité que le premier d'entre eux énoncé soit précisément j_1 est $\dfrac{1}{k-1}$.

Le nombre de lots de n jetons parmi 100 est le nombre de combinaisons de n éléments parmi 100 éléments, c'est-à-dire $\binom{100}{n}$.

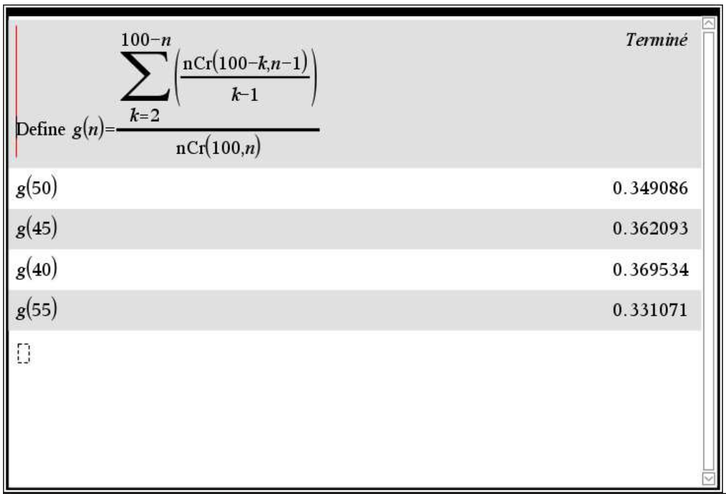
Intéressons-nous aux lots dont j_k est le jeton de plus grande valeur, pour $2 \leq k \leq 100-n$ (pour $k = 1$, c'est inutile, la partie est perdue).

Ces lots contiennent le jeton j_k et $(n-1)$ jetons choisis parmi les $100-k$ qui ont une valeur plus petite. Il y a $\binom{100-k}{n-1}$ lots de ce genre.

La probabilité que j_k soit le jeton écouté de plus grande valeur est $\dfrac{\binom{100-k}{n-1}}{\binom{100}{n}}$

Nous en déduisons la formule : $P(G) = \displaystyle\sum_{k=2}^{100-n} \left[\frac{\binom{100-k}{n-1}}{\binom{100}{n}} \times \frac{1}{k-1} \right] = \frac{1}{\binom{100}{n}} \sum_{k=2}^{100-n} \left[\binom{100-k-1}{n-1} \times \frac{1}{k-1} \right]$

La fonction g associe à une valeur de n la probabilité de gain lorsque n nombres sont écoutés.
(*La notation* ***nCr*** *représente le nombre de combinaisons*)

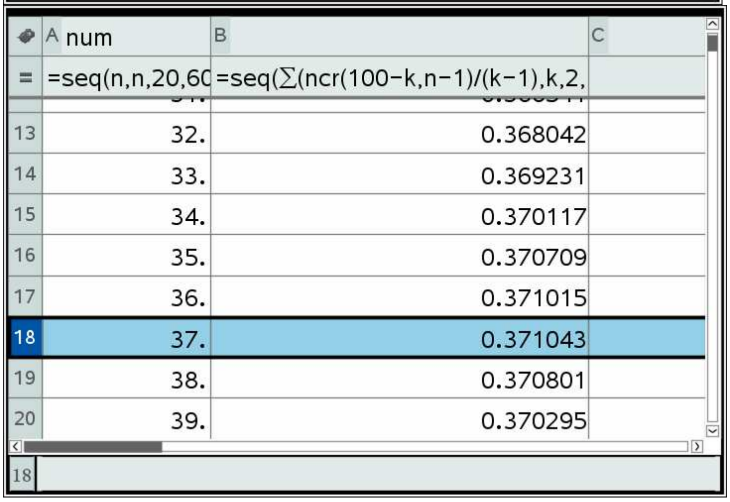


$$\text{Define } g(n)=\frac{\sum_{k=2}^{100-n}\left(\frac{\text{nCr}(100-k,n-1)}{k-1}\right)}{\text{nCr}(100,n)}$$

Terminé

$g(50)$	0.349086
$g(45)$	0.362093
$g(40)$	0.369534
$g(55)$	0.331071

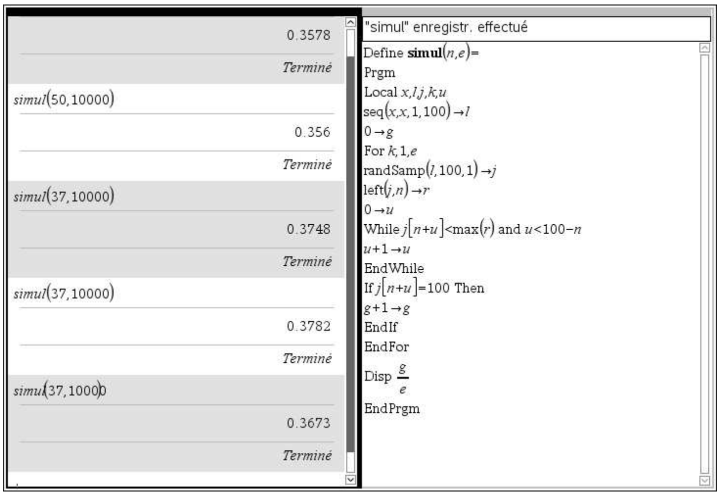
Nous constatons que $g(50)>\frac{1}{3}$, et qu'il est possible de faire mieux.



	A num	B	C
=	=seq(n,n,20,6C	=seq(Σ(ncr(100−k,n−1)/(k−1),k,2,	
13	32.	0.368042	
14	33.	0.369231	
15	34.	0.370117	
16	35.	0.370709	
17	36.	0.371015	
18	37.	0.371043	
19	38.	0.370801	
20	39.	0.370295	

Une tabulation de la fonction g semble aboutir à cette conclusion : la valeur la plus favorable de n serait 37.

Une simulation de la situation va dans le même sens, sans pour autant qu'il soit question d'en tirer des conclusions péremptoires. Le nombre **n** désigne la taille de l'échantillon écouté et le nombre **e** désigne le nombre d'essais effectués par la simulation.



```
0.3578
Terminé
simul(50,10000)
0.356
Terminé
simul(37,10000)
0.3748
Terminé
simul(37,10000)
0.3782
Terminé
simul(37,10000)
0.3673
Terminé
```

```
"simul" enregistr. effectué
Define simul(n,e)=
Prgm
Local x,l,j,k,u
seq(x,x,1,100)→l
0→g
For k,1,e
randSamp(l,100,1)→j
left(j,n)→r
0→u
While j[n+u]<max(r) and u<100−n
u+1→u
EndWhile
If j[n+u]=100 Then
g+1→g
EndIf
EndFor
Disp g/e
EndPrgm
```

Nous observons sur 10000 essais des fréquences de gain de l'ordre de 0,35 lorsque $n=50$, et des fréquences légèrement supérieures lorsque $n=37$.

NB. La notation ***randSAmp*** *désigne le choix d'une liste aléatoire, dont les éléments sont choisis parmi la liste l. Elle équivaut ici à obtenir une permutation des 100 premiers entiers. La notation* ***left*** *prélève les n premiers éléments de la permutation aléatoire. Ce prélèvement r représente l'échantillon des nombres écoutés,* $\max(r)$ *est le plus grand des nombres écoutés.* ***While … Endwhile*** *égrène les nombres restants à écouter jusqu'à obtenir un nombre plus grand que* $\max(r)$.