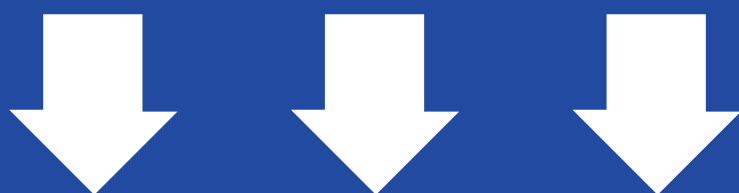


www.freemaths.fr

OLYMPIADES MATHÉMATIQUES LYCÉE, PREMIÈRE

ACADÉMIE D'AIX-MARSEILLE
2023



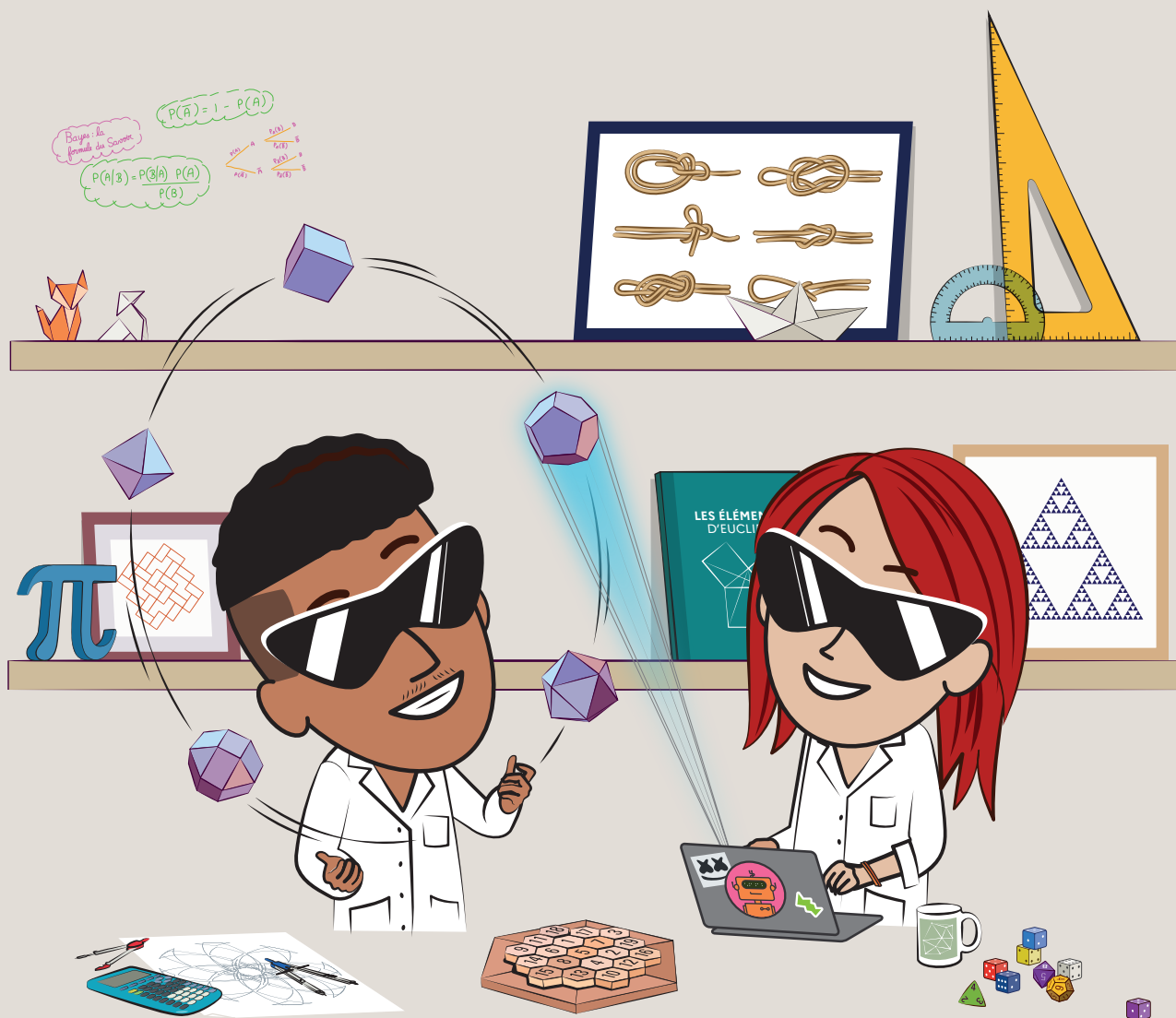
CORRIGÉ DE L'ÉPREUVE



MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION
NATIONALE
ET DE LA JEUNESSE

Liberté
Égalité
Fraternité

OLYMPIADES NATIONALES 2023 DE MATHÉMATIQUES



Épreuve le mercredi 15 mars 2023 (le 14 en Polynésie française). 4 exercices en 4 heures.
Palmarès national et académiques, en individuel et par équipes mixtes (de 2, 3 ou 4),
selon cursus (technologique, général, général spécialité mathématiques).
Inscriptions auprès de vos professeurs de mathématiques jusqu'au 17 février 2023.

Au terme de l'article L. 114-5 du Code du sport, le terme Olympiade, marque d'usage notoire, ne peut être reproduit sans l'autorisation du Comité national olympique et sportif français, titulaire des droits afférents.



Correction sur les carrés magiques

1. Le carré magique d'ordre 1

Le carré magique d'ordre 1 s'écrit

1

2. Pas de carré magique d'ordre 2

Supposons qu'il existe un carré magique d'ordre 2, il est composé de 4 nombres entiers a, b, c et d distincts.

a	b
c	d

$a+b = a+c$ donc $b = c$ impossible donc il n'existe pas de carré magique d'ordre 2.

3. Les carrés magiques d'ordre 3

a) Un carré magique d'ordre 3 est composé des nombres entiers de 1 à 9.

			→C
			→C
			→C

La somme de tous ces nombres $1+2+\dots+9 = 45$ correspond à 3 fois la somme C sur les 3 lignes donc $3C = 45$ ou encore la constante magique est $C = 15$.

b) 15 se décompose de 8 façons différentes comme somme des entiers parmi 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 :

$1+5+9$ $1+6+8$ $2+4+9$ $2+5+8$ $2+6+7$ $3+4+8$ $3+5+7$
 $4+5+6$

c) Le nombre du centre apparait dans quatre sommes du carré magique, seul le 5 répond à cette exigence.

Un nombre en coin apparait dans trois sommes du carré magique, seuls les nombres pairs conviennent.

d) et e) Les 8 carrés magiques d'ordre 3 sont

4	9	2
3	5	7
8	1	6

2	7	6
9	5	1
4	3	8

6	1	8
7	5	3
2	9	4

8	3	4
1	5	9
6	7	2

8	1	6
3	5	7
4	9	2

2	9	4
7	5	3
6	1	8

6	7	2
1	5	9
8	3	4

4	3	8
9	5	1
2	7	6

4. Les cubes magiques d'ordre 3

a) Un cube magique d'ordre 3 est composé des nombres entiers de 1 à 27.

La somme de tous ces nombres $1+2+\dots+27 = 378$ correspond à 9 fois la somme C sur les 9 lignes donc $9C = 378$ ou encore la constante magique est $C = 42$.

b) 9 sommes horizontales, 9 sommes verticales, 9 sommes en profondeur et 4 sommes en diagonale, soit 31 sommes dans le cube magique d'ordre 3 donnent la constante magique 42.

c) Exemple de cube magique d'ordre 3.

	8	15	19
	12	25	5
	22	2	18
24	1	17	
7	14	21	
11	27	4	
10	26	6	
23	3	16	
9	13	20	

5. Les carrés et cubes magiques d'ordre n.

a) $nC = 1+2+\dots+n^2 = \frac{n^2(n^2+1)}{2}$ donc la constante magique pour un carré magique d'ordre n est $\frac{n(n^2+1)}{2}$.

b) $n^2C = 1+2+\dots+n^3 = \frac{n^3(n^3+1)}{2}$ donc la constante magique pour un cube magique d'ordre n est $\frac{n(n^3+1)}{2}$.