

Corrigé

Exercice 1



freemaths.fr

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SESSION 2017

MATHÉMATIQUES

Série S

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Durée de l'épreuve : 4 heures

Coefficient : 7

Ce sujet comporte 6 pages numérotées de 1/6 à 6/6 dont une annexe en page 6/6 qui est à rendre avec la copie.

Les calculatrices électroniques de poche sont autorisées conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.

Le sujet est composé de 4 exercices indépendants. Le candidat doit traiter tous les exercices. Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes, à condition de l'indiquer clairement sur la copie.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.

Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation de la copie.

EXERCICE 1 (6 points)

Commun à tous les candidats

La société Fibration fournit des abonnements Internet et des abonnements de téléphone mobile. Un client de la société Fibration souscrit soit un abonnement Internet, soit un abonnement de téléphone mobile, il ne cumule pas les deux. En cas de difficulté, la société Fibration propose à ses clients une ligne d'assistance téléphonique : le client doit d'abord signaler s'il est client Internet ou s'il est client mobile puis son appel est mis en attente de réponse par un opérateur.

Les parties A, B et C sont indépendantes.

Si nécessaire, les résultats seront arrondis à 10^{-3} .

Partie A - Durée d'attente

1. Dans cette question, on s'intéresse à la durée d'attente d'un client Internet lorsqu'il contacte l'assistance téléphonique avant de joindre un opérateur. Une étude permet de modéliser cette durée d'attente en minutes par la variable aléatoire D_1 qui suit la loi exponentielle de paramètre 0,6.
 - a) Quelle est la durée d'attente moyenne que peut espérer un client Internet qui appelle cette ligne d'assistance ?
 - b) Calculer la probabilité que la durée d'attente d'un client Internet choisi au hasard soit inférieure à 5 minutes.
2. Dans cette question, on s'intéresse à la durée d'attente d'un client mobile lorsqu'il contacte l'assistance téléphonique avant de joindre un opérateur. On modélise cette durée d'attente en minutes par la variable aléatoire D_2 qui suit une loi exponentielle de paramètre λ , λ étant un réel strictement positif.
 - a) Sachant que $P(D_2 \leq 4) = 0,798$, déterminer la valeur de λ .
 - b) En prenant $\lambda = 0,4$, peut-on considérer que moins de 10 % des clients mobile choisis au hasard attendent plus de 5 minutes avant de joindre un opérateur ?

Partie B - Obtention d'un opérateur

Si la durée d'attente avant l'obtention d'un opérateur dépasse 5 minutes, l'appel prend automatiquement fin. Sinon, l'appelant obtient un opérateur.

On choisit au hasard un client qui appelle la ligne d'assistance.

On admet que la probabilité que l'appel émane d'un client Internet est 0,7.

De plus, d'après la partie A, on prend les données suivantes :

Si l'appel provient d'un client Internet alors la probabilité d'obtenir un opérateur est égale à 0,95.

Si l'appel provient d'un client mobile alors la probabilité d'obtenir un opérateur est égale à 0,87.

1. Déterminer la probabilité que le client joigne un opérateur.
2. Un client se plaint que son appel a pris fin après 5 minutes d'attente sans avoir obtenu d'opérateur. Est-il plus probable que ce soit un client Internet ou un client mobile ?

Partie C - Enquête de satisfaction

La société annonce un taux de satisfaction de 85% pour ses clients ayant appelé et obtenu un opérateur.

Une association de consommateurs souhaite vérifier ce taux et interroge 1 303 personnes. Parmi celles-ci, 1 150 se disent satisfaites. Que pensez-vous du taux de satisfaction annoncé par la société ?

EXERCICE 1

[Polynésie 2017]

Partie B: Obtention d'un opérateur

1. Déterminons la probabilité que le client joigne un opérateur:

D'après l'énoncé, nous avons:

- I = " client internet ".
- M = " client mobile ".
- O = " obtenir un opérateur ".

- $P(I) = 0,7$
- $P(M) = P(\bar{I}) = 1 - 0,7 = 0,3$
($0,7 + 0,3 = 1$).

- $P_I(O) = 0,95$
- $P_I(\bar{O}) = 1 - 0,95 = 0,05$
($0,95 + 0,05 = 1$).

- $P_{\bar{I}}(O) = 0,87$
- $P_{\bar{I}}(\bar{O}) = 1 - 0,87 = 0,13$
($0,87 + 0,13 = 1$).

Nous devons ainsi calculer: $P(O)$.

$$\begin{aligned} \text{Or, l'événement } O &= (O \cap I) \cup (O \cap M) \\ &= (O \cap I) \cup (O \cap \bar{I}). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{D'où: } P(O) &= P(O \cap I) + P(O \cap \bar{I}) \\ &= P_I(O) \times P(I) + P_{\bar{I}}(O) \times P(\bar{I}). \end{aligned}$$

Ainsi: $P(O) = 0,926$.

Au total, la probabilité que le client joigne un opérateur est de: 92,6%.

2. Client internet ou client mobile ?

Pour répondre à cette question, nous allons calculer:

- d'une part: $P_{\bar{O}}(I)$,
- d'autre part: $P_{\bar{O}}(\bar{I})$.

• $P_{\bar{O}}(I)$?

$$\begin{aligned} P_{\bar{O}}(I) &= \frac{P(\bar{O} \cap I)}{P(\bar{O})} \\ &= \frac{P_I(\bar{O}) \times P(I)}{P(\bar{O})} \\ &= \frac{P_I(\bar{O}) \times P(I)}{1 - P(O)}. \end{aligned}$$

Ainsi: $P_{\bar{O}}(I) \approx 47,3\%$.

• $P_{\bar{O}}(\bar{I})$?

$$P_{\bar{O}}(\bar{I}) = 1 - P_{\bar{O}}(I) \Rightarrow P_{\bar{O}}(\bar{I}) \approx 52,7\%.$$

Au total: comme $P_{\bar{0}}(\bar{I}) > P_{\bar{0}}(I)$, il est plus probable que ce soit un client mobile.

Partie C: Enquête de satisfaction

Que pensons-nous du taux de satisfaction annoncé par la société ?

Ici, nous avons: • $n = 1303$

• $p = 85\%$

• $f = \frac{1150}{1303} \Rightarrow f \approx 88,25\%$.

Dans ces conditions:

$n = 1303 \geq 30$, $n \cdot p = 1107,55 \geq 5$ et $n \cdot (1 - p) = 195,45 \geq 5$.

Les conditions sont donc réunies.

Un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95% s'écrit:

$$I = \left[p - 1,96 \times \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}; p + 1,96 \times \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right],$$

$$\text{cad: } I = \left[85\% - 1,96 \times \sqrt{\frac{85\% \times 15\%}{1303}}; 85\% + 1,96 \times \sqrt{\frac{85\% \times 15\%}{1303}} \right].$$

A l'aide d'une machine à calculer, on trouve: $I \approx [83\%; 87\%]$.

Or la fréquence "f", sur l'échantillon, est telle que: $f \approx 88,25\% \notin I$.

Ainsi, le taux de satisfaction annoncé par la société n'est pas exact.