# Corrigé

# Exercice 3

freemaths.fr

# BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

## SESSION 2017

# MATHÉMATIQUES

## Série S
## Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité



**Durée de l'épreuve : 4 heures**

**Coefficient : 9**

**Ce sujet comporte 7 pages numérotées de 1/7 à 7/7 dont une annexe en page 7/7 qui est à rendre avec la copie.**

Les calculatrices électroniques de poche sont autorisées conformément à la circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999.

Le sujet est composé de 4 exercices indépendants. Le candidat doit traiter tous les exercices.
Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes, à condition de l'indiquer clairement sur la copie.
**Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.**
Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation de la copie.

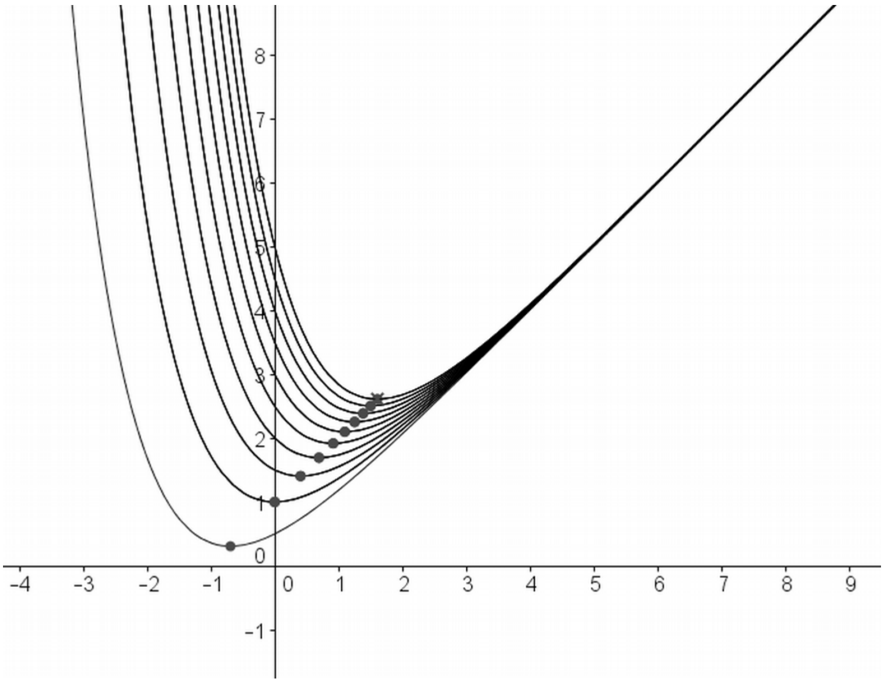
**EXERCICE 3 (3 points)**

**Commun à tous les candidats**

Soit $k$ un réel strictement positif. On considère les fonctions $f_k$ définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f_k(x) = x + k\,\mathrm{e}^{-x}.$$

On note $\mathscr{C}_k$ la courbe représentative de la fonction $f_k$ dans un plan muni d'un repère orthonormé. On a représenté ci-dessous quelques courbes $\mathscr{C}_k$ pour différentes valeurs de $k$.




Pour tout réel $k$ strictement positif, la fonction $f_k$ admet un minimum sur $\mathbb{R}$. La valeur en laquelle ce minimum est atteint est l'abscisse du point noté $A_k$ de la courbe $\mathscr{C}_k$. Il semblerait que, pour tout réel $k$ strictement positif, les points $A_k$ soient alignés.

Est-ce le cas ?

# EXERCICE 3

## [ Liban 2017 ]

**Pour tout réel k > 0, les points $A_k$ sont-ils alignés ?**

Ici: • $f_k(x) = x + k\,e^{-x}$, avec $k > 0$

• $Df = IR$.

Pour répondre à cette question, nous allons montrer que tous les points $A_k$ sont situés sur une même droite dont on déterminera l'équation.

• Posons: $f_k = g_1 + g_2$, avec: $g_1(x) = x$ et $g_2(x) = k\,e^{-x}$.

$g_1$ est dérivable sur $IR$ comme fonction polynôme.

$g_2$ est dérivable sur $IR$ comme fonction " exponentielle ".

Dans ces conditions, $g_1 + g_2$ est dérivable sur $IR$ comme somme de 2 fonctions dérivables sur $IR$.

Par conséquent, $f_k = g_1 + g_2$ est dérivable sur $IR$.

Ainsi, nous pouvons calculer $f_k'$ pour tout $x \in IR$, avec $k > 0$.

Pour tout $x \in IR$: $f_k'(x) = 1 - k\,e^{-x}$, avec $k > 0$.

• La fonction $f_k$ admet un minimum sur $IR$ quand: $f_k'(x) = 0$.

$f_k'(x) = 0 \iff \frac{k}{e^x} = 1 \iff e^x = k \Rightarrow x^* = \ln(k)$ car: $k > 0$.

Ainsi: $y^* = f(x^*) \Rightarrow y^* = x^* + 1$.

• Ainsi, tous les points $A_k$ $(x^*; y^*)$ sont situés sur une même droite d'équation: $y = x + 1$.

Au total: **oui**, pour tout réel $k > 0$, les points $A_k$ sont alignés et sont tous situés sur la même droite d'équation: $\boldsymbol{y = x + 1}$.