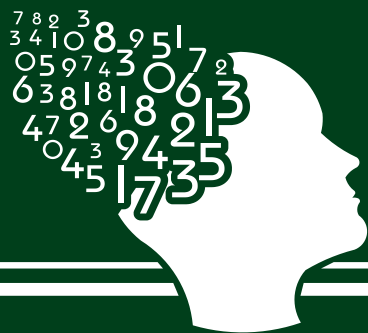


Corrigé

Exercice 2



freemaths.fr

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SESSION 2016

MATHÉMATIQUES

Série S

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Durée de l'épreuve : 4 heures

Coefficient : 9

Ce sujet comporte 7 pages numérotées de 1/7 à 7/7 dont une annexe en page 7/7 qui est à rendre avec la copie.

Les calculatrices électroniques de poche sont autorisées conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.

Le sujet est composé de 5 exercices indépendants. Le candidat doit traiter tous les exercices. Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes, à condition de l'indiquer clairement sur la copie. **Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.** Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation de la copie.

EXERCICE 2 (4 points)

Commun à tous les candidats

Sur un court de tennis, un lance-balle permet à un joueur de s'entraîner seul. Cet appareil envoie des balles une par une à une cadence régulière. Le joueur frappe alors la balle puis la balle suivante arrive.

Suivant le manuel du constructeur, le lance-balle envoie au hasard la balle à droite ou à gauche avec la même probabilité.

Dans tout l'exercice, on arrondira les résultats à 10^{-3} près.

Partie A

Le joueur s'apprête à recevoir une série de 20 balles.

1. Quelle est la probabilité que le lance-balle envoie 10 balles à droite ?
2. Quelle est la probabilité que le lance-balle envoie entre 5 et 10 balles à droite ?

Partie B

Le lance-balle est équipé d'un réservoir pouvant contenir 100 balles. Sur une séquence de 100 lancers, 42 balles ont été lancées à droite. Le joueur doute alors du bon fonctionnement de l'appareil. Ses doutes sont-ils justifiés ?

Partie C

Pour augmenter la difficulté le joueur paramètre le lance-balle de façon à donner un effet aux balles lancées. Elles peuvent être soit « liftées » soit « coupées ». La probabilité que le lance-balle envoie une balle à droite est toujours égale à la probabilité que le lance-balle envoie une balle à gauche.

Les réglages de l'appareil permettent d'affirmer que :

- la probabilité que le lance-balle envoie une balle liftée à droite est 0,24 ;
- la probabilité que le lance-balle envoie une balle coupée à gauche est 0,235.

Si le lance-balle envoie une balle coupée, quelle est la probabilité qu'elle soit envoyée à droite ?

EXERCICE 2

[Liban 2016]

Partie A: Le lance-balle

1. Déterminons la probabilité que le lance-balle envoie 10 balles à droite:

Préalablement, nous allons déterminer, en justifiant, la loi de la variable aléatoire X correspondant au nombre de balles envoyées à droite.

Soit l'expérience aléatoire consistant à envoyer une série de 20 balles.

Soient les événements $A =$ " la balle est envoyée à droite ", et $\bar{A} =$ " la balle est envoyée à gauche ".

Nous sommes en présence de 20 expériences aléatoires indépendantes, avec $\Omega = \{ A ; \bar{A} \}$ et $X(\Omega) = \{ 0, 1, 2, \dots, 20 \}$.

La variable aléatoire discrète X représentant le nombre de réalisations de A suit donc une loi binômiale de paramètres: $n = 20$ et $p = 0.5$.

Et, nous pouvons noter: $X \rightsquigarrow B(20 ; 0.5)$.

En fait, on répète 20 fois un schéma de Bernoulli.

Dans ces conditions, il s'agit de calculer:

$$P(X = 10) \text{ avec: } X \rightsquigarrow B(20 ; 0.5).$$

$$\text{Or: } P(X = 10) = \binom{20}{10} (0.5)^{10} (0.5)^{10}$$

$$\Rightarrow P(X = 10) \approx 17.6\%.$$

(à l'aide d'une machine à calculer)

Au total, il y a 17.6% de chance pour que le lance-balle envoie 10 balles à droite.

2. Déterminons la probabilité que le lance-balle envoie entre 5 et 10 balles à droite:

Il s'agit de calculer: $P(5 \leq X \leq 10)$.

Or: $P(5 \leq X \leq 10) = P(X \leq 10) - P(X \leq 4)$.

À l'aide d'une machine à calculer, on trouve:

$$P(5 \leq X \leq 10) \approx 58.2\%$$

Au total, il y a 58.2% de chance pour que le lance-balle envoie entre 5 et 10 balles à droite.

Partie B: Le réservoir à 100 balles

Déterminons si les doutes du joueur sont justifiés:

Ici, nous avons: • $n = 100$

$$\bullet p = 50\%$$

$$\bullet f = \frac{42}{100} \Rightarrow f = 42\%$$

Dans ces conditions:

$$n = 100 \geq 30, n \cdot p = 50 \geq 5 \text{ et } n \cdot (1 - p) = 50 \geq 5.$$

Les conditions sont donc réunies.

On choisit un échantillon aléatoire de 100 balles.

Un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95% s'écrit:

$$I = \left[p - 1.96 \times \left(\frac{p(1-p)}{n} \right)^{1/2}; p + 1.96 \times \left(\frac{p(1-p)}{n} \right)^{1/2} \right],$$

$$\text{cad: } I = \left[0.5 - 1.96 \times \left(\frac{0.5}{10} \right); 0.5 + 1.96 \times \left(\frac{0.5}{10} \right) \right].$$

À l'aide d'une machine à calculer, on trouve: $I \approx [40\%; 60\%]$.

Or la fréquence " f " de balles lancées à droite, sur l'échantillon, est telle que:

$$f = 42\% \in I.$$

Les doutes du joueur ne sont donc pas justifiés.

Partie C: Balles liftées - Balles coupées

Déterminons la probabilité que la balle soit envoyée à droite sachant que le lance-balle envoie une balle coupée:

D'après l'énoncé, nous avons:

- D = " le lance-balle envoie la balle à droite ".
- G = " le lance-balle envoie la balle à gauche ".
- L = " la balle est liftée ".
- C = " la balle est coupée ".

$$\bullet P(D) = 0.5$$

$$\bullet P(G) = 0.5$$

$$(0.5 + 0.5 = 1).$$

$$\bullet P(D \cap L) = 0.24.$$

$$\bullet P(G \cap C) = 0.235$$

$$(ou: P(\bar{D} \cap \bar{L}) = 0.235).$$

Ici, il s'agit de calculer: $P_C(D)$.

$$P_C(D) = \frac{P(C \cap D)}{P(C)}$$

• L'événement: $C = (C \cap D) \cup (C \cap G)$.

D'où: $P(C) = P(C \cap D) + P(C \cap G)$

cad: $P(C) = P(C \cap D) + 0.235$.

• L'événement: $D = (D \cap L) \cup (D \cap C)$.

D'où: $P(D) = P(D \cap L) + P(D \cap C)$. (a)

Or: $P(D) = 0.5$ et $P(D \cap L) = 0.24$.

Par conséquent: (a) $\Leftrightarrow P(D \cap C) = 0.5 - 0.24$

$$\Rightarrow P(D \cap C) = 0.26.$$

• En définitive: $P_C(D) = \frac{0.26}{0.26 + 0.235} \Rightarrow P_C(D) = 52.5\%$.

Au total, il y a 52.5% de chance pour que la balle soit envoyée à droite sachant que le lance-balle envoie une balle coupée.