Corrigé

Exercice 2

freemaths.fr

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SESSION 2016

MATHÉMATIQUES

Série S

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

OBLIGATOIRE

Durée de l'épreuve : 4 heures

Coefficient : 7

Ce sujet comporte 7 pages numérotées de 1/7 à 7/7 dont une annexe en page 7/7 qui est à rendre avec la copie.

Les calculatrices électroniques de poche sont autorisées conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.

Le sujet est composé de 5 exercices indépendants. Le candidat doit traiter tous les exercices.
Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes, à condition de l'indiquer clairement sur la copie.
Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.
Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation de la copie.

EXERCICE 2 (4 points)

Commun à tous les candidats

Sur un court de tennis, un lance-balle permet à un joueur de s'entraîner seul. Cet appareil envoie des balles une par une à une cadence régulière. Le joueur frappe alors la balle puis la balle suivante arrive.
Suivant le manuel du constructeur, le lance-balle envoie au hasard la balle à droite ou à gauche avec la même probabilité.

Dans tout l'exercice, on arrondira les résultats à 10^{-3} près.

Partie A

Le joueur s'apprête à recevoir une série de 20 balles.

1. Quelle est la probabilité que le lance-balle envoie 10 balles à droite ?
2. Quelle est la probabilité que le lance-balle envoie entre 5 et 10 balles à droite ?

Partie B

Le lance-balle est équipé d'un réservoir pouvant contenir 100 balles. Sur une séquence de 100 lancers, 42 balles ont été lancées à droite. Le joueur doute alors du bon fonctionnement de l'appareil. Ses doutes sont-ils justifiés ?

Partie C

Pour augmenter la difficulté le joueur paramètre le lance-balle de façon à donner un effet aux balles lancées. Elles peuvent être soit « liftées » soit « coupées ». La probabilité que le lance-balle envoie une balle à droite est toujours égale à la probabilité que le lance-balle envoie une balle à gauche.

Les réglages de l'appareil permettent d'affirmer que :
- la probabilité que le lance-balle envoie une balle liftée à droite est 0,24 ;
- la probabilité que le lance-balle envoie une balle coupée à gauche est 0,235.

Si le lance-balle envoie une balle coupée, quelle est la probabilité qu'elle soit envoyée à droite ?

EXERCICE 2

[Liban 2016]

Partie A: Le lance-balle

1. Déterminons la probabilité que le lance-balle envoie 10 balles à droite:

Préalablement, nous allons déterminer, en justifiant, la loi de la variable aléatoire X correspondant au nombre de balles envoyées à droite.

Soit l'expérience aléatoire consistant à envoyer une série de 20 balles.

Soient les événements $A =$ " la balle est envoyée à droite ", et $\bar{A} =$ " la balle est envoyée à gauche ".

Nous sommes en présence de 20 expériences aléatoires indépendantes, avec $\Omega = \{ A ; \bar{A} \}$ et $X(\Omega) = \{ 0, 1, 2, ..., 20 \}$.

La variable aléatoire discrète X représentant le nombre de réalisations de A suit donc une loi binômiale de paramètres: $n = 20$ et $p = 0.5$.

Et, nous pouvons noter: $X \rightsquigarrow B (20 ; 0.5)$.

En fait, on répète 20 fois un schéma de Bernoulli.

Dans ces conditions, il s'agit de calculer:

$P (X = 10)$ avec: $X \rightsquigarrow B (20 ; 0.5)$.

Or: $P (X = 10) = \binom{20}{10} (0.5)^{10} (0.5)^{10}$

$\Rightarrow P (X = 10) \approx 17.6\%$.

(à l'aide d'une machine à calculer)

Au total, il y a 17.6% de chance pour que le lance-balle envoie 10 balles à droite.

2. Déterminons la probabilité que le lance-balle envoie entre 5 et 10 balles à droite:

Il s'agit de calculer: $P(5 \leq X \leq 10)$.

Or: $P(5 \leq X \leq 10) = P(X \leq 10) - P(X \leq 4)$.

À l'aide d'une machine à calculer, on trouve:

$$P(5 \leq X \leq 10) \approx 58.2\%.$$

Au total, il y a 58.2% de chance pour que le lance-balle envoie entre 5 et 10 balles à droite.

Partie B: Le réservoir à 100 balles

Déterminons si les doutes du joueur sont justifiés:

Ici, nous avons:
- $n = 100$
- $p = 50\%$
- $f = \dfrac{42}{100} \Rightarrow f = 42\%$.

Dans ces conditions:

$n = 100 \geq 30$, $n \cdot p = 50 \geq 5$ et $n \cdot (1 - p) = 50 \geq 5$.

Les conditions sont donc réunies.

On choisit un échantillon aléatoire de 100 balles.

Un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95% s'écrit:

$$I = [\, p - 1.96 \times \left(\frac{p(1-p)}{n}\right)^{1/2} ;\, p + 1.96 \times \left(\frac{p(1-p)}{n}\right)^{1/2} \,],$$

cad: $I = [\, 0.5 - 1.96 \times \left(\frac{0.5}{10}\right) ;\, 0.5 + 1.96 \times \left(\frac{0.5}{10}\right)]$.

À l'aide d'une machine à calculer, on trouve: $I \approx [\, 40\,\% \,;\, 60\,\% \,]$.

Or la fréquence " f " de balles lancées à droite, sur l'échantillon, est telle que:

$$f = 42\,\% \in I.$$

Les doutes du joueur ne sont donc pas justifiés.

Partie C: Balles liftées - Balles coupées

Déterminons la probabilité que la balle soit envoyée à droite sachant que le lance-balle envoie une balle coupée:

D'après l'énoncé, nous avons:

- D = " le lance-balle envoie la balle à droite ".
- G = " le lance-balle envoie la balle à gauche ".
- L = " la balle est liftée ".
- C = " la balle est coupée ".

- $P(D) = 0.5$
- $P(G) = 0.5$
  $(0.5 + 0.5 = 1)$.

- $P(D \cap L) = 0.24$.

- $P(G \cap C) = 0.235$
  (ou: $P(\overline{D} \cap \overline{L}) = 0.235$).

Ici, il s'agit de calculer: $P_C(D)$.

$$P_C(D) = \frac{P(C \cap D)}{P(C)}.$$

• L'événement: $C = (C \cap D) \cup (C \cap G)$.

D'où: $P(C) = P(C \cap D) + P(C \cap G)$

cad: $P(C) = P(C \cap D) + 0.235$.

• L'événement: $D = (D \cap L) \cup (D \cap C)$.

D'où: $P(D) = P(D \cap L) + P(D \cap C)$. (a)

Or: $P(D) = 0.5$ et $P(D \cap L) = 0.24$.

Par conséquent: $(a) \iff P(D \cap C) = 0.5 - 0.24$

$\Rightarrow P(D \cap C) = 0.26$.

• En définitive: $P_C(D) = \dfrac{0.26}{0.26 + 0.235} \Rightarrow P_C(D) = 52.5\%$.

Au total, il y a 52.5% de chance pour que la balle soit envoyée à droite sachant que le lance-balle envoie une balle coupée.