

Corrigé

Exercice 5



freemaths.fr

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SESSION 2016

MATHÉMATIQUES

Série S

Durée de l'épreuve : 4 heures

Coefficient : 9

ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Les calculatrices électroniques de poche sont autorisées,
conformément à la réglementation en vigueur.

Le sujet est composé de 5 exercices indépendants. Le candidat doit traiter tous les exercices.

Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes, à condition de l'indiquer clairement sur la copie.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.

Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies.

Avant de composer, le candidat s'assurera que le sujet comporte bien 10 pages numérotées de 1/10 à 10/10.

Le sujet comporte une feuille d'annexe à la page 10/10 à remettre avec la copie.

EXERCICE 5 (5 points)

Commun à tous les candidats

On souhaite stériliser une boîte de conserve.

Pour cela, on la prend à la température ambiante $T_0 = 25^\circ\text{C}$ et on la place dans un four à température constante $T_F = 100^\circ\text{C}$.

La stérilisation débute dès lors que la température de la boîte est supérieure à 85°C .

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A : Modélisation discrète

Pour n entier naturel, on note T_n la température en degré Celsius de la boîte au bout de n minutes. On a donc $T_0 = 25$.

Pour n non nul, la valeur T_n est calculée puis affichée par l'algorithme suivant :

| | |
|------------------|---|
| Initialisation : | T prend la valeur 25 |
| Traitement : | Demander la valeur de n Pour i allant de 1 à n faire T prend la valeur $0,85 \times T + 15$ Fin Pour |
| Sortie : | Afficher T |

- Déterminer la température de la boîte de conserve au bout de 3 minutes.
Arrondir à l'unité.
- Démontrer que, pour tout entier naturel n , on a $T_n = 100 - 75 \times 0,85^n$.
- Au bout de combien de minutes la stérilisation débute-elle ?

Partie B : Modélisation continue

Dans cette partie, t désigne un réel positif.

On suppose désormais qu'à l'instant t (exprimé en minutes), la température de la boîte est donnée par $f(t)$ (exprimée en degré Celsius) avec :

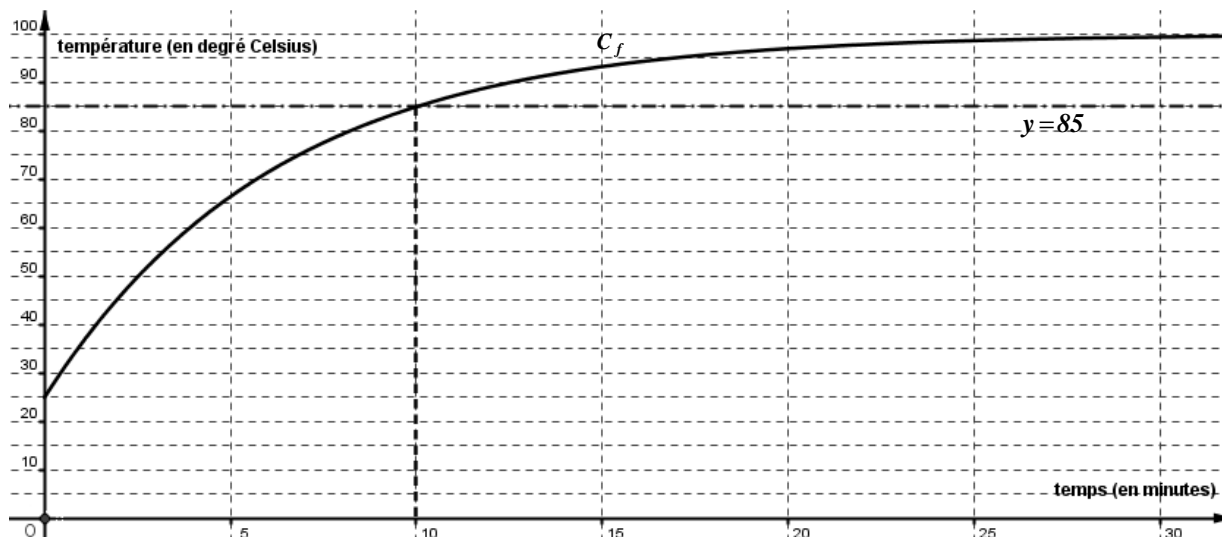
$$f(t) = 100 - 75e^{-\frac{\ln 5}{10}t}.$$

- Étudier le sens de variations de f sur $[0 ; +\infty[$.
 - Justifier que si $t \geq 10$ alors $f(t) \geq 85$.

2. Soit θ un réel supérieur ou égal à 10.

On note $A(\theta)$ le domaine délimité par les droites d'équation $t = 10$, $t = \theta$, $y = 85$ et la courbe représentative C_f de f .

On considère que la stérilisation est finie au bout d'un temps θ , si l'aire, exprimée en unité d'aire, du domaine $A(\theta)$ est supérieure à 80.



a. Justifier, à l'aide du graphique donné en annexe page 10/10, que l'on a $A(25) > 80$.

b. Justifier que, pour $\theta \geq 10$, on a $A(\theta) = 15(\theta - 10) - 75 \int_{10}^{\theta} e^{-\frac{\ln 5}{10}t} dt$.

c. La stérilisation est-elle finie au bout de 20 minutes ?

ANNEXE à compléter et à remettre avec la copie

EXERCICE 5

