Corrigé

Exercice 2

freemaths.fr

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SESSION 2015

MATHÉMATIQUES

SÉRIE S

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Durée de l'épreuve : 4 heures - Coefficient : 7

Ce sujet comporte 6 pages numérotées de la page 1/6 à la page 6/6.

L'usage des calculatrices est autorisé selon les termes de la circulaire
n° 99-186 du 16 novembre 1999.

--*-*

Le candidat doit traiter les quatre exercices.

Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice 2 — 4 points

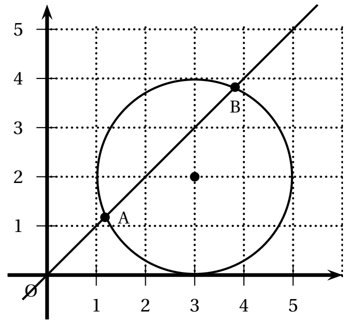
Commun à tous les candidats

Pour chacune des quatre affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse.
Il est attribué un point par réponse exacte correctement justifiée.
Une réponse non justifiée n'est pas prise en compte. Une absence de réponse n'est pas pénalisée.

1. Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on note S l'ensemble des points M dont l'affixe z vérifie les deux conditions :

$$|z-1| = |z-\mathrm{i}| \quad \text{et} \quad |z-3-2\mathrm{i}| \leqslant 2.$$

Sur la figure ci-contre, on a représenté le cercle de centre le point de coordonnées (3 ; 2) et de rayon 2, et la droite d'équation $y = x$.
Cette droite coupe le cercle en deux points A et B.



Affirmation 1 : l'ensemble S est le segment [AB].

2. Affirmation 2 : le nombre complexe $\left(\sqrt{3}+\mathrm{i}\right)^{1515}$ est un réel.

Pour les questions 3 et 4, on considère les points E (2 ; 1 ; - 3), F (1 ; -1 ; 2) *et* G (-1 ; 3 ; 1) *dont les coordonnées sont définies dans un repère orthonormé de l'espace.*

3. Affirmation 3 : une représentation paramétrique de la droite (EF) est donnée par :

$$\left\{\begin{array}{rcr} x &=& 2t \\ y &=& -3+4t \\ z &=& 7-10t \end{array}\right., t \in \mathbb{R}.$$

4. Affirmation 4 : une mesure en degré de l'angle géométrique $\widehat{\text{FEG}}$, arrondie au degré, est 50°.

EXERCICE 2 (Centres Etrangers 2015)

① L'ensemble S est le segment $[AB]$?

S correspond à l'ensemble des points $M(z)$ tels que :

$$\begin{cases} |z-1| = |z-i| \\ |z-3-2i| \leq 2 \end{cases} \quad (I).$$

Soit $z = x+iy$, nous avons :

$$(I) \Longleftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2+y^2 = x^2+(y-1)^2 \\ (x-3)^2+(y-2)^2 \leq 4 \end{cases}$$

$$\Longleftrightarrow \begin{cases} y = x & (a) \\ (x-3)^2+(y-2)^2 \leq 4 & (b) \end{cases}.$$

Au total, l'ensemble S correspond à l'intersection entre la droite d'équation $y = x$ (a) et l'intérieur du cercle fermé d'équation $(x-3)^2+(y-2)^2 \leq 4$ (b).

S correspond en fait au segment $[AB]$.

L'AFFIRMATION 1 EST : VRAIE.

② $(\sqrt{3}+i)^{1515}$ est-il un réel ?

Soit : $z' = (\sqrt{3}+i)^{1515}$ et $z = \sqrt{3}+i$.

Sous forme exponentielle z s'écrit : $z = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$.

D'après Moivre, nous pouvons alors écrire :

$$z' = z^{1515}$$

$$\iff z' = \left(2e^{i\frac{\pi}{6}}\right)^{1515}$$

$$\iff z' = 2^{1515}\, e^{i\frac{1515\pi}{6}}$$

$$\iff z' = 2^{1515}\, e^{i\frac{505\pi}{2}}.$$

Or : $\frac{505\pi}{2} = 126 \times (2\pi) + 0{,}5\pi$.

Et : • $e^{i\frac{505\pi}{2}} = \cos\left(\frac{505}{2}\pi\right) + i\sin\left(\frac{505}{2}\pi\right)$,

• $\sin\left(\frac{505}{2}\pi\right) = \sin\left(126 \times (2\pi) + 0{,}5\pi\right) \neq 0$.

Au total : • z' appartiendra à $\mathbb{C}$

• z' s'écrit : $z' = 2^{1515} \times i\sin(0{,}5\pi)$

c.a.d : $z' = 2^{1515} \times i$

• $z' \notin \mathbb{R}$.

L'AFFIRMATION 2 EST : FAUSSE.