

# Corrigé

## Exercice 1



---

---

freemaths.fr

---

---

# BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SESSION 2018

ÉPREUVE DU MARDI 19 JUIN 2018

## MATHÉMATIQUES

– Série S –

Enseignement Obligatoire Coefficient : 7

Durée de l'épreuve : 4 heures

Les calculatrices électroniques de poche sont autorisées,  
conformément à la réglementation en vigueur.

*Le sujet est composé de 4 exercices indépendants.*

*Le candidat doit traiter tous les exercices.*

*Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.*

*Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.*

Avant de composer, le candidat s'assurera que le sujet comporte bien 8 pages numérotées de 1 à 8.

## Exercice 1 (5 points)

### Commun à tous les candidats

L'exploitant d'une forêt communale décide d'abattre des arbres afin de les vendre, soit aux habitants de la commune, soit à des entreprises. On admet que :

- parmi les arbres abattus, 30 % sont des chênes, 50 % sont des sapins et les autres sont des arbres d'essence secondaire (ce qui signifie qu'ils sont de moindre valeur) ;
- 45,9 % des chênes et 80 % des sapins abattus sont vendus aux habitants de la commune ;
- les trois quarts des arbres d'essence secondaire abattus sont vendus à des entreprises.

#### Partie A

Parmi les arbres abattus, on en choisit un au hasard.

On considère les événements suivants :

- $C$  : « l'arbre abattu est un chêne » ;
- $S$  : « l'arbre abattu est un sapin » ;
- $E$  : « l'arbre abattu est un arbre d'essence secondaire » ;
- $H$  : « l'arbre abattu est vendu à un habitant de la commune ».

1. Construire un arbre pondéré complet traduisant la situation.
2. Calculer la probabilité que l'arbre abattu soit un chêne vendu à un habitant de la commune.
3. Justifier que la probabilité que l'arbre abattu soit vendu à un habitant de la commune est égale à 0,5877.
4. Quelle est la probabilité qu'un arbre abattu vendu à un habitant de la commune soit un sapin ?

On donnera le résultat arrondi à  $10^{-3}$ .

#### Partie B

Le nombre d'arbres sur un hectare de cette forêt peut être modélisé par une variable aléatoire  $X$  suivant une loi normale d'espérance  $\mu = 4000$  et d'écart-type  $\sigma = 300$ .

1. Déterminer la probabilité qu'il y ait entre 3 400 et 4 600 arbres sur un hectare donné de cette forêt. On donnera le résultat arrondi à  $10^{-3}$ .
2. Calculer la probabilité qu'il y ait plus de 4 500 arbres sur un hectare donné de cette forêt. On donnera le résultat arrondi à  $10^{-3}$ .

#### Partie C

L'exploitant affirme que la densité de sapins dans cette forêt communale est de 1 sapin pour 2 arbres.

Sur une parcelle, on a compté 106 sapins dans un échantillon de 200 arbres.

Ce résultat remet-il en cause l'affirmation de l'exploitant ?

# EXERCICE 1

[ Antilles-Guyane 2018 ]

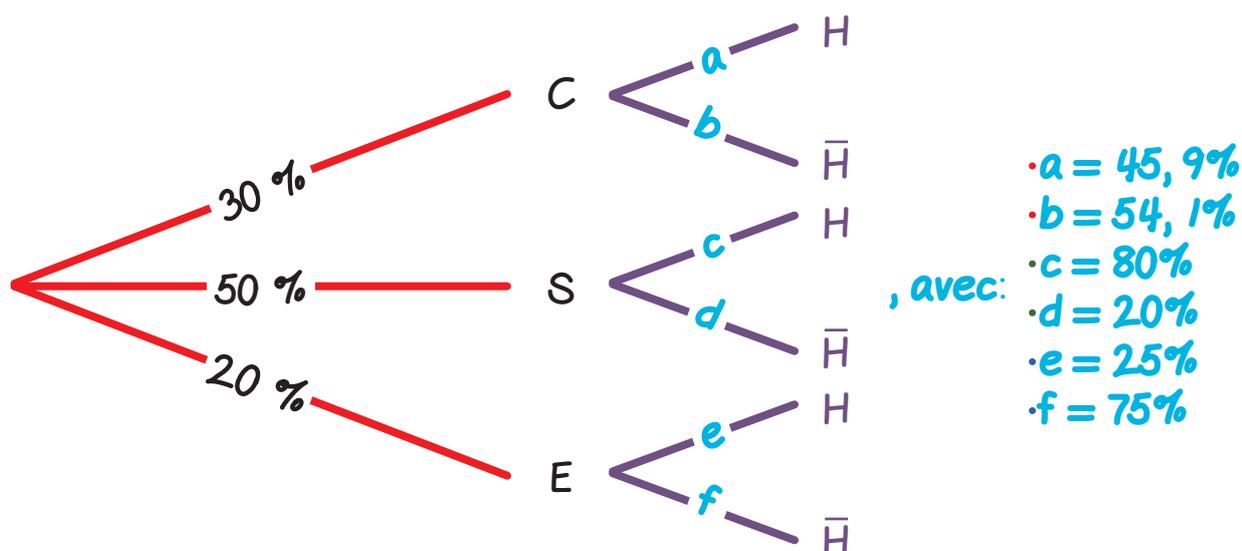
## Partie A:

1. Construisons un arbre pondéré complet traduisant la situation:

D'après l'énoncé, nous avons:

- $C =$  " l'arbre abattu est un chêne " .
  - $S =$  " l'arbre abattu est un sapin " .
  - $E =$  " l'arbre abattu est d'essence secondaire " .
  - $H =$  " l'arbre abattu est vendu à un habitant de la commune " .
  - $\bar{H} =$  " l'arbre abattu est vendu à une entreprise " .
- 
- $P(C) = 30\%$
  - $P(S) = 50\%$
  - $P(E) = 20\%$ .
- 
- $P_C(H) = 45,9\%$
  - $P_C(\bar{H}) = 1 - 45,9\% = 54,1\%$ .
- 
- $P_S(H) = 80\%$
  - $P_S(\bar{H}) = 1 - 80\% = 20\%$ .
- 
- $P_E(H) = 1 - 75\% = 25\%$
  - $P_E(\bar{H}) = 75\%$ .

Nous avons ainsi l'arbre pondéré suivant:



2. Calculons la probabilité que l'arbre abattu soit un chêne vendu à un habitant de la commune:

Cela revient à calculer:  $P(C \cap H)$ .

$$P(C \cap H) = P_C(H) \times P(C).$$

Ainsi:  $P(C \cap H) = 45,9\% \times 30\%$  cad:  $P(C \cap H) = 13,77\%$ .

Au total, la probabilité que l'arbre abattu soit un chêne vendu à un habitant de la commune est de:  $13,77\%$ .

3. Montrons que  $P(H) = 0,5877$ :

Nous devons calculer:  $P(H)$ .

Or, l'événement  $H = (H \cap C) \cup (H \cap S) \cup (H \cap E)$ .

$$\text{D'où: } P(H) = P(H \cap C) + P(H \cap S) + P(H \cap E)$$

$$= P_C(H) \times P(C) + P_S(H) \times P(S) + P_E(H) \times P(E).$$

Ainsi:  $P(H) = 45,9\% \times 30\% + 80\% \times 50\% + 25\% \times 20\%$

$$\Rightarrow P(H) = 58,77\%.$$

Au total, nous avons bien:  $P(H) = 0,5877$ .

4. Déterminons la probabilité qu'un arbre abattu vendu à un habitant de la commune soit un sapin:

Cela revient à calculer:  $P_H(S)$ .

$$P_H(S) = \frac{P(H \cap S)}{P(H)}$$

$$= \frac{P_S(H) \times P(S)}{P(H)}$$

Ainsi:  $P_H(S) = \frac{80\% \times 50\%}{58,77\%} \Rightarrow P_H(S) \approx 68,1\%$ , arrondi à  $10^{-3}$  près.

Au total, la probabilité qu'un arbre abattu vendu à un habitant de la commune soit un sapin est d'environ: 68,1%.

## Partie B:

1. Déterminons  $P(3400 \leq X \leq 4600)$ :

D'après l'énoncé, nous savons que:

- $X$  suit la loi normale d'espérance  $\mu = 4000$  arbres et d'écart type  $\sigma = 300$  arbres.
- $T$  suit la loi normale centrée réduite.

Il s'agit de calculer:  $P(3400 \leq X \leq 4600)$ .

Nous remarquons que:  $3400 = \mu - 2\sigma$  et  $4600 = \mu + 2\sigma$ .

Or, d'après le cours:  $P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) \approx 0,954$ .

D'où:  $P(3400 \leq X \leq 4600) \approx 0,954$ .

**Au total:**  $P(3400 \leq X \leq 4600) \approx 0,954$ .

**2. Calculons la probabilité qu'il y ait plus de 4500 arbres sur un hectare donné:**

Il s'agit de calculer:  $P(X \geq 4500)$ .

$$\begin{aligned} P(X \geq 4500) &= P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \geq \frac{4500 - 4000}{300}\right) \\ &= P\left(T \geq \frac{5}{3}\right) \\ &= 1 - P(T \leq 1,67). \end{aligned}$$

A l'aide d'une machine à calculer, on trouve:

$$P(X \geq 4500) \approx 4,8\%, \text{ arrondi à } 10^{-3} \text{ près.}$$

**Au total, la probabilité qu'il y ait plus de 4500 arbres sur un hectare donné de cette forêt est d'environ: 4,8%.**

### Partie C:

**Le résultat observé remet-il en cause l'affirmation de l'exploitant ?**

Ici, nous avons: •  $n = 200$

•  $p = 50\%$

•  $f = \frac{106}{200} \Rightarrow f = 53\%$ .

Dans ces conditions:

$$n = 200 \geq 30, n \cdot p = 100 \geq 5 \text{ et } n \cdot (1 - p) = 100 \geq 5.$$

Les conditions sont donc réunies.

Un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95% s'écrit:

$$I = \left[ p - 1,96 \times \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}; p + 1,96 \times \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right],$$

$$\text{cad: } I = \left[ 50\% - 1,96 \times \sqrt{\frac{50\% \times 50\%}{200}}; 50\% + 1,96 \times \sqrt{\frac{50\% \times 50\%}{200}} \right].$$

A l'aide d'une machine à calculer, on trouve:  $I = [43\%; 57\%]$ .

Or la fréquence "f", sur l'échantillon, est telle que:  $f = 53\% \in I$ .

Ainsi, **non** le résultat observé ne remet pas en cause l'affirmation de l'exploitant agricole.