

# Corrigé

## Exercice 2



---

---

freemaths.fr

---

---

# BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SESSION 2015

---

MATHÉMATIQUES

Série : S

---

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 4 heures. – COEFFICIENT : 7

---

*Ce sujet comporte 8 pages numérotées de 1 à 8,  
dont les annexes 1 et 2 pages 7 et 8 sont à rendre avec la copie.*

*Les calculatrices électroniques de poche sont autorisées,  
conformément à la réglementation en vigueur.*

*Le sujet est composé de quatre exercices indépendants.*

*Le candidat doit traiter tous les exercices.*

*Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes, à condition de l'indiquer clairement sur la copie.*

*Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.*

*Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies.*

## EXERCICE 2 (5 points)

### Commun à tous les candidats

La **partie C** peut être traitée indépendamment des parties **A** et **B**.

#### Partie A

On considère une variable aléatoire  $X$  qui suit la loi exponentielle de paramètre  $\lambda$  avec  $\lambda > 0$ .

On rappelle que, pour tout réel  $a$  strictement positif,

$$P(X \leq a) = \int_0^a \lambda e^{-\lambda t} dt.$$

On se propose de calculer l'espérance mathématique de  $X$ , notée  $E(X)$ , et définie par

$$E(X) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \int_0^x \lambda t e^{-\lambda t} dt.$$

On note  $\mathbf{R}$  l'ensemble des nombres réels.

On admet que la fonction  $F$  définie sur  $\mathbf{R}$  par  $F(t) = -\left(t + \frac{1}{\lambda}\right) e^{-\lambda t}$  est une primitive sur  $\mathbf{R}$  de la fonction  $f$  définie sur  $\mathbf{R}$  par  $f(t) = \lambda t e^{-\lambda t}$ .

1. Soit  $x$  un nombre réel strictement positif. Vérifier que

$$\int_0^x \lambda t e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda} (-\lambda x e^{-\lambda x} - e^{-\lambda x} + 1).$$

2. En déduire que  $E(X) = \frac{1}{\lambda}$ .

#### Partie B

La durée de vie, exprimée en années, d'un composant électronique peut être modélisée par une variable aléatoire notée  $X$  suivant la loi exponentielle de paramètre  $\lambda$  avec  $\lambda > 0$ .

La courbe de la fonction densité associée est représentée en **annexe 2**.

1. Sur le graphique de l'**annexe 2** (à rendre avec la copie) :
  - a. Représenter la probabilité  $P(X \leq 1)$ .
  - b. Indiquer où se lit directement la valeur de  $\lambda$ .
2. On suppose que  $E(X) = 2$ .
  - a. Que représente dans le cadre de l'exercice la valeur de l'espérance mathématique de la variable aléatoire  $X$  ?
  - b. Calculer la valeur de  $\lambda$ .
  - c. Calculer  $P(X \leq 2)$ . On donnera la valeur exacte puis la valeur arrondie à 0,01 près. Interpréter ce résultat.
  - d. Sachant que le composant a déjà fonctionné une année, quelle est la probabilité que sa durée de vie totale soit d'au moins trois années ? On donnera la valeur exacte.

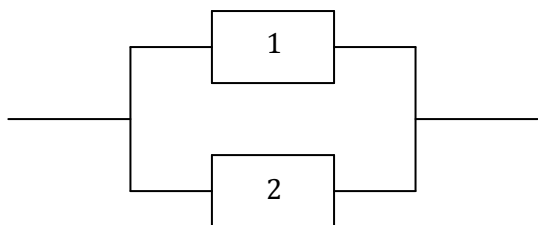
### Partie C

Un circuit électronique est composé de deux composants identiques numérotés 1 et 2.

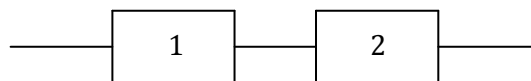
On note  $D_1$  l'événement « le composant 1 est défaillant avant un an » et on note  $D_2$  l'événement « le composant 2 est défaillant avant un an ».

On suppose que les deux événements  $D_1$  et  $D_2$  sont indépendants et que  $P(D_1) = P(D_2) = 0,39$ .

Deux montages possibles sont envisagés, présentés ci-dessous :



Circuit en parallèle A



Circuit en série B

1. Lorsque les deux composants sont montés « en parallèle », le circuit A est défaillant uniquement si les deux composants sont défaillants en même temps. Calculer la probabilité que le circuit A soit défaillant avant un an.
2. Lorsque les deux composants sont montés « en série », le circuit B est défaillant dès que l'un au moins des deux composants est défaillant. Calculer la probabilité que le circuit B soit défaillant avant un an.

**À RENDRE AVEC LA COPIE**

**ANNEXE 2 de l'exercice 2**

