Corrigé

Exercice 1

freemaths.fr

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SESSION 2017

MATHÉMATIQUES

Série S
Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Durée de l'épreuve : 4 heures

Coefficient : 7

Ce sujet comporte 6 pages numérotées de 1/6 à 6/6.

Les calculatrices électroniques de poche sont autorisées conformément à la circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999.

Le sujet est composé de 4 exercices indépendants. Le candidat doit traiter tous les exercices.
Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes, à condition de l'indiquer clairement sur la copie.
Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.
Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation de la copie.

EXERCICE 1 (5 points)

Commun à tous les candidats

Dans tout l'exercice, les valeurs seront, si nécessaire, approchées au millième.
Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

Dans le cadre de son activité, une entreprise reçoit régulièrement des demandes de devis. Les montants de ces devis sont calculés par son secrétariat. Une étude statistique sur l'année écoulée conduit à modéliser le montant des devis par une variable aléatoire X qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 2900$ euros et d'écart-type $\sigma = 1250$ euros.

1. Si on choisit au hasard une demande de devis reçue par l'entreprise, quelle est la probabilité que le montant du devis soit supérieur à 4000 euros ?
2. Afin d'améliorer la rentabilité de son activité, l'entrepreneur décide de ne pas donner suite à 10 % des demandes. Il écarte celles dont le montant de devis est le moins élevé. Quel doit être le montant minimum d'un devis demandé pour que celui-ci soit pris en compte ? Donner ce montant à l'euro près.

Partie B

Ce même entrepreneur décide d'installer un logiciel anti-spam. Ce logiciel détecte les messages indésirables appelés spams (messages malveillants, publicités, etc.) et les déplace dans un fichier appelé "dossier spam". Le fabricant affirme que 95 % des spams sont déplacés. De son côté, l'entrepreneur sait que 60 % des messages qu'il reçoit sont des spams. Après installation du logiciel, il constate que 58,6 % des messages sont déplacés dans le dossier spam.
Pour un message pris au hasard, on considère les événements suivants :

- D : « le message est déplacé » ;
- S : « le message est un spam ».

1. Calculer $\text{P}(S \cap D)$.
2. On choisit au hasard un message qui n'est pas un spam. Montrer que la probabilité qu'il soit déplacé est égale à 0,04.
3. On choisit au hasard un message non déplacé. Quelle est la probabilité que ce message soit un spam ?
4. Pour le logiciel choisi par l'entreprise, le fabricant estime que 2,7 % des messages déplacés vers le dossier spam sont des messages fiables. Afin de tester l'efficacité du logiciel, le secrétariat prend la peine de compter le nombre de messages fiables parmi les messages déplacés. Il trouve 13 messages fiables parmi les 231 messages déplacés pendant une semaine.
   Ces résultats remettent-ils en cause l'affirmation du fabricant ?

EXERCICE 1

[Amérique du Nord 2017]

Partie B:

1. Calculons $P(S \cap D)$:

D'après l'énoncé, nous avons:

• D = " le message est déplacé ".
• S = " le message est un spam ".

• $P(D) = 58,6\%$
• $P(\overline{D}) = 1 - 58,6\% = 41,4\%$
$(58,6\% + 41,4\% = 1)$.

• $P(S) = 60\%$
• $P(\overline{S}) = 1 - 60\% = 40\%$
$(60\% + 40\% = 1)$.

• $P_S(D) = 95\%$
• $P_S(\overline{D}) = 1 - 95\% = 5\%$
$(95\% + 5\% = 1)$.

Nous devons calculer: $P(S \cap D)$.

$P(S \cap D) = P_S(D) \times P(S)$.

Ainsi: $P(S \cap D) = 0,57$.

Au total: $P(S \cap D) = 57\%$.

2. Montrons que $P_{\overline{S}}(D) = 0,04$:

Nous devons calculer: $P_{\overline{S}}(D)$.

$$P_{\overline{S}}(D) = \frac{P(\overline{S} \cap D)}{P(\overline{S})}$$

$$= \frac{P(D) - P(S \cap D)}{P(\overline{S})}.$$

Ainsi: $P_{\overline{S}}(D) = 0,04$.

Au total, nous avons bien: $P_{\overline{S}}(D) = 4\%$.

3. Calculons $P_{\overline{D}}(S)$:

Nous devons calculer: $P_{\overline{D}}(S)$.

$$P_{\overline{D}}(S) = \frac{P(\overline{D} \cap S)}{P(\overline{D})}$$

$$= \frac{P(S) - P(S \cap D)}{P(\overline{D})}.$$

Ainsi: $P_{\overline{D}}(S) \approx 0,072$.

Au total: $P_{\overline{D}}(S) \approx 7,2\%$.

4. Ces résultats remettent-ils en cause l'affirmation du fabricant ?

Ici, nous avons:
- $n = 231$
- $p = 2,7\%$

• $f = \frac{13}{231} \Rightarrow f \approx 5,6\%$.

Dans ces conditions:

$n = 231 \geqslant 30$, $n \cdot p \approx 6,24 \geqslant 5$ et $n \cdot (1 - p) \approx 224,76 \geqslant 5$.

Les conditions sont donc réunies.

Un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95% s'écrit:

$$I = \left[p - 1,96 \times \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} ; p + 1,96 \times \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right],$$

cad: $I = \left[2,7\% - 1,96 \times \sqrt{\frac{2,7\% \times 97,3\%}{231}} ; 2,7\% + 1,96 \times \sqrt{\frac{2,7\% \times 97,3\%}{231}} \right]$.

A l'aide d'une machine à calculer, on trouve: $I \approx [\, 0,6\% \,;\, 4,8\% \,]$.

Or la fréquence " f ", sur l'échantillon, est telle que: $f \approx 5,6\% \notin I$.

Ainsi, **oui** les résultats remettent en cause l'affirmation du fabricant.