Corrigé

Exercice 2

freemaths.fr

LES MATHÉMATIQUES

AU BACCALAURÉAT ES

PROBABILITÉS, BAC ES

(probas discrètes et probas à densité)

- Arbre de probabilités
- Arbre pondéré
- Probabilités conditionnelles
- Loi de Bernoulli
- Loi binomiale
- Espérance mathématique
- Loi uniforme
- Loi normale centrée réduite
- Loi normale
- Intervalle de confiance
- Intervalle de fluctuation asymptotique
- Longueur d'un intervalle

EXERCICE 2

[Polynésie 2019]

Partie A:

1. a. Exprimons les trois données numériques de l'énoncé sous forme de probabilités:

D'après l'énoncé, nous avons:

- D = " le téléviseur a un défaut sur la dalle ".
- C = " le téléviseur a un défaut sur le condensateur ".

- $P(D) = 3\%$
- $P(\overline{D}) = 1 - 3\% = 97\%$.

- $P(C) = 5\%$
- $P(\overline{C}) = 1 - 5\% = 95\%$.

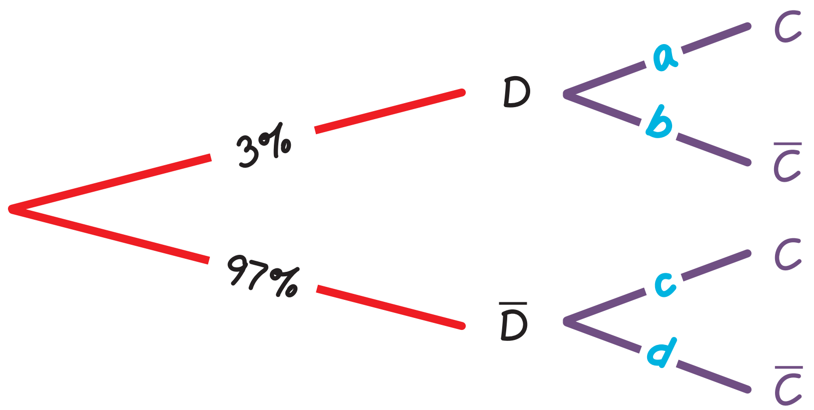
- $P_D(C) = 2\%$
- $P_D(\overline{C}) = 1 - 2\% = 98\%$.

Ainsi: $P(D) = 3\%$, $P(C) = 5\%$ et $P_D(C) = 2\%$.

Au total, les 3 probabilités demandées sont:
- $P(D) = 3\%$
- $P(C) = 5\%$
- $P_D(C) = 2\%$.

I. b. Recopions et complétons l'arbre de probabilités:

Nous avons l'arbre de probabilités suivant:



, avec:
- $a = 2\%$
- $b = 98\%$
- $c = ?$
- $d = ?$

I. c. Calculons $P(D \cap C)$:

Nous devons calculer ici: $P(D \cap C)$.

$P(D \cap C) = P_D(C) \times P(D)$.

Ainsi: $P(D \cap C) = 2\% \times 3\%$ cad: $P(D \cap C) = 0,06\%$.

Au total: $P(D \cap C) = 0,06\%$.

I. d. Déterminons la probabilité que le téléviseur ait un défaut sur la dalle sachant qu'il a un défaut sur le condensateur:

Ici, il s'agit de calculer: $P_C(D)$.

$$P_C(D) = \frac{P(C \cap D)}{P(C)}$$

$$= \frac{P_D(C) \times P(D)}{P(C)}.$$

Ainsi: $P_C(D) = \dfrac{0,06\%}{5\%}$ cad: $P_C(D) = 1,2\%$.

Au total, la probabilité que le téléviseur ait un défaut sur la dalle sachant qu'il a un défaut sur le condensateur est de: 1,2%.

1. e. Justifions le fait que $P(\overline{D} \cap C) = 0,0494$:

En effet, calculer la probabilité que le téléviseur choisi ait un défaut sur le condensateur mais pas de défaut sur la dalle revient à calculer $P(\overline{D} \cap C)$.

Or: $P(\overline{D} \cap C) = P(C) - P(D \cap C)$.

Ainsi: $P(\overline{D} \cap C) = 5\% - 0,06\%$ **cad**: $P(\overline{D} \cap C) = 4,94\%$.

Au total, nous avons bien: $P(\overline{D} \cap C) = 4,94\% = 0,0494$.

2. a. Donnons la probabilité qu'un téléviseur tombe en panne pour la première fois après 72 mois d'utilisation:

D'après l'énoncé, nous savons que:

- T suit une loi normale d'espérance $\mu = 84$ mois et d'écart type $\sigma = 6$ mois.
- Y suit la loi normale centrée réduite.

Ici, nous devons calculer: $P(T \geqslant 72)$.

$$P(T \geqslant 72) = P\left(\frac{T-\mu}{\sigma} \geqslant \frac{72-84}{6}\right)$$

$$= P(Y \geqslant -2)$$

$$= 1 - P(Y \leqslant -2)$$

$$= P(Y \leqslant 2).$$

A l'aide d'une machine à calculer, on trouve:

$P(T \geqslant 72) \approx 97,7\%$ soit: $P(T \geqslant 72) \approx 98\%$, arrondie à 10^{-2} près.

Au total: $P(T \geqslant 72) \approx 98\%$.

2. b. Calculons la probabilité que la première panne arrive entre 6 années et 8 années d'utilisation:

Notons que: 6 années = 72 mois et 8 années = 96 mois.

Dans ces conditions, il s'agit de calculer ici: $P(72 \leqslant T \leqslant 96)$.

Nous remarquons que: $72 = \mu - 2\sigma$ et $96 = \mu + 2\sigma$.

Or, d'après le cours: $P(\mu - 2\sigma \leqslant T \leqslant \mu + 2\sigma) \approx 0,954$.

D'où: $P(72 \leqslant T \leqslant 96) \approx 95,4\%$ soit: $P(72 \leqslant T \leqslant 96) \approx 95\%$,

arrondie à 10^{-2} près.

Au total, la probabilité que la première panne arrive entre 6 années et 8 années d'utilisation est d'environ: 95%.

2. c. Déterminons la probabilité que le téléviseur tombe en panne avant 8 années d'utilisation sachant qu'il n'a pas eu de panne après 6 années d'utilisation:

Ici, il s'agit de calculer: $P_{(T \geqslant 72)}(T \leqslant 96)$.

Or: $P_{(T \geqslant 72)}(T \leqslant 96) = \dfrac{P(72 \leqslant T \leqslant 96)}{P(T \geqslant 72)}$.

Ainsi: $P_{(T \geqslant 72)}(T \leqslant 96) = \dfrac{95,4\%}{97,7\%}$ soit: $P_{(T \geqslant 72)}(T \leqslant 96) \approx 98\%$,

arrondie à 10^{-2} près.

Au total, la probabilité demandée est d'environ: 98%.

Partie B:

Les résultats de cette étude remettent-ils en cause l'affirmation de l'entreprise ?

Ici, nous avons:
- $n = 300$
- $p = 90\%$
- $f = \dfrac{265}{300}$ **cad**: $f \approx 88,33\%$.

Dans ces conditions:

$n = 300 \geqslant 30$, $n \cdot p = 270 \geqslant 5$ et $n \cdot (1 - p) = 30 \geqslant 5$.

Les conditions sont donc réunies.

Un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95% s'écrit:

$$I = \left[p - 1,96 \times \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \, ; \, p + 1,96 \times \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right],$$

cad: $I = \left[90\% - 1,96 \times \sqrt{\dfrac{90\% \times 10\%}{300}} \, ; \, 90\% + 1,96 \times \sqrt{\dfrac{90\% \times 10\%}{300}} \right]$.

A l'aide d'une machine à calculer, on trouve: $\mathbf{I \approx [\, 86,6\% \, ; \, 93,4\% \,]}$.

Or, la fréquence " f ", sur l'échantillon, est telle que: $f \approx 88,33\% \in \mathbf{I}$.

Ainsi, **non** les résultats de cette étude ne remettent pas en cause l'affirmation de l'entreprise.