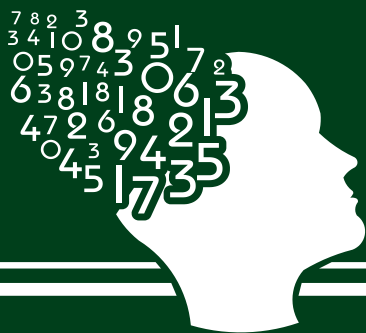


# Corrigé

## Exercice 3



---

---

freemaths.fr

---

---

# BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SESSION 2017

---

## MATHÉMATIQUES - Série ES

### ENSEIGNEMENT OBLIGATOIRE

Durée de l'épreuve : 3 heures

Coefficient : 5

---

## MATHÉMATIQUES - Série L

### ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Durée de l'épreuve : 3 heures

Coefficient : 4

---

**Les calculatrices électroniques de poche sont autorisées,  
conformément à la réglementation en vigueur.**

Le sujet est composé de 4 exercices indépendants. Le candidat doit traiter tous les exercices. Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.

Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies.

**Avant de composer, le candidat s'assurera que le sujet comporte bien 7 pages  
numérotées de 1/7 à 7/7.**

### EXERCICE 3 (5 points)

En 2015, les forêts couvraient environ 4 000 millions d'hectares sur terre. On estime que, chaque année, cette surface diminue de 0,4 %. Cette perte est en partie compensée par le reboisement, naturel ou volontaire, qui est estimé à 7,2 millions d'hectares par an.

On considère la suite  $(u_n)$  définie par  $u_0 = 4\,000$  et, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} = 0,996 u_n + 7,2$ .

1. Justifier que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n$  permet d'obtenir une estimation de la surface mondiale de forêt, en millions d'hectares l'année 2015 +  $n$ .
2. Recopier et compléter l'algorithme ci-dessous pour qu'il calcule et affiche la première année pour laquelle la surface totale de forêt couvre moins de 3 500 millions d'hectares sur terre.

<b>Variables :</b>	$N$ est un entier naturel $U$ est un nombre réel
<b>Initialisation :</b>	Affecter à $N$ la valeur 2 015 Affecter à $U$ la valeur 4 000
<b>Traitement :</b>	
<b>Sortie :</b>	Afficher $N$

3. On considère la suite  $(v_n)$  définie pour tout entier naturel  $n$  par  $v_n = u_n - 1\,800$ .
  - a) Démontrer que la suite  $(v_n)$  est géométrique puis préciser son premier terme et sa raison.
  - b) En déduire que pour tout entier naturel  $n$ , on a :  $u_n = 2\,200 \times 0,996^n + 1\,800$ .
  - c) Selon ce modèle et si le phénomène perdure, la surface des forêts sur terre va-t-elle finir par disparaître ? Justifier la réponse.
4. Une étude montre que, pour compenser le nombre d'arbres détruits ces dix dernières années, il faudrait planter 140 milliards d'arbres en 10 ans.

En 2016, on estime que le nombre d'arbres plantés par l'Organisation des Nations unies (ONU) est de 7,3 milliards.

On suppose que le nombre d'arbres plantés par l'ONU augmente chaque année de 10 %.

L'ONU peut-elle réussir à replanter 140 milliards d'arbres de 2016 à 2025 ? Justifier la réponse.

# EXERCICE 3

## [ Polynésie 2017 ]

1. Justifions que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $U_{n+1} = 0,996 U_n + 7,2$ :

- D'après l'énoncé, en 2015, les forêts couvraient environ 4000 millions d'hectares sur terre.

D'où:  $U_0 = 4000$  millions d'hectares.

- De plus, chaque année, cette surface diminue de 0,4% et est en partie compensée d'un reboisement de 7,2 millions d'hectares.

Soient: •  $U_{n+1}$ , une estimation de la surface mondiale de forêt (en millions d'hectares) l'année  $(2015 + (n+1))$ ,

- $U_n$ , une estimation de la surface mondiale de forêt (en millions d'hectares) l'année  $(n)$ .

Pour tout entier  $n$ , une estimation de la surface mondiale de forêt  $U_{n+1}$  est égal à l'estimation  $U_n$  diminuée de 0,4% et augmentée de 7,2 millions d'hectares.

Donc pour tout entier naturel  $n$ :

$$U_{n+1} = U_n - 0,4\% U_n + 7,2 \iff U_{n+1} = 0,996 U_n + 7,2.$$

2. Recopions et complétons l'algorithme:

La partie **TRAITEMENT** complétée est la suivante:

**Traitement:**

Tant que  $U \geq 3500$  faire:

$$\left| \begin{array}{l} U \text{ prend la valeur } 0,996 \times U + 7,2 \\ N \text{ prend la valeur } N + 1 \end{array} \right.$$

Fin Tant que

3. a. Montrons que  $(V_n)$  est une suite géométrique et déterminons  $V_0$  et  $q$ :

$$V_n = U_n - 1800 \Leftrightarrow V_{n+1} = U_{n+1} - 1800$$

$$\Leftrightarrow V_{n+1} = (0,996 U_n + 7,2) - 1800 \quad (1).$$

Or:  $V_0 = U_0 - 1800 \Rightarrow V_0 = 2200$  et  $U_n = V_n + 1800$ .

Ainsi:  $(1) \Leftrightarrow V_{n+1} = (0,996 [V_n + 1800] + 7,2) - 1800$

$$\Rightarrow V_{n+1} = 0,996 V_n.$$

Par conséquent,  $(V_n)$  est bien une suite géométrique de raison  $q = 0,996$  et de premier terme  $V_0 = 2200$ .

3. b. Déduisons-en que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $U_n = 2200 \times 0,996^n + 1800$ :

Nous savons que: \*  $V_n = 2200 \times (0,996)^n$  (d'après le cours)

\*  $U_n = V_n + 1800$ .

D'où:  $U_n = 2200 \times (0,996)^n + 1800$ .

3. c. La surface des forêts sur terre va-t-elle disparaître ?

Pour répondre à cette question, nous devons calculer:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$ .

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} 2200 \times (0,996)^n + 1800$$

$$= 1800 \quad \text{car: } \lim_{n \rightarrow +\infty} (0,996)^n = 0, \quad \text{car: } 0,996 \in ]0,1[.$$

La suite  $(U_n)$  est donc convergente et converge vers 1800 millions d'hectares.

Cela signifie qu'au bout de  $n$  années (" $n$ " très grand), il restera toujours 1800 millions d'hectares de forêts sur terre.

Donc non, la surface des forêts sur terre ne disparaîtra pas.

#### 4. L'ONU peut-elle réussir à replanter 140 millions d'arbres de 2016 à 2025 ?

Soit  $N$ , le nombre total d'arbres plantés entre 2016 et 2025.

$$N = 7,3 + 7,3 \times (1 + 10\%) + 7,3 (1 + 10\%)^2 + \dots + 7,3 (1 + 10\%)^9.$$

$$\text{Donc: } N = 7,3 (1 + 1,1 + (1,1)^2 + \dots + (1,1)^9)$$

$$\text{cad: } N = 7,3 \times \left[ \frac{1 - (1,1)^{10}}{1 - 1,1} \right] \text{ (formule de cours).}$$

$$\text{Dans ces conditions: } N = 7,3 \times [10 \times (1,1)^{10} - 10]$$

$$\Rightarrow N = 116,343 \text{ millions d'arbres replantés de 2016 à 2025.}$$

**Au total:** comme  $116,343 < 140$ , l'ONU ne réussira pas à replanter 140 millions d'arbres de 2016 à 2025.