Corrigé

Exercice 2

freemaths.fr

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SESSION 2017

MATHÉMATIQUES - Série ES

ENSEIGNEMENT OBLIGATOIRE

Durée de l'épreuve : 3 heures **Coefficient : 5**

MATHÉMATIQUES - Série L

ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Durée de l'épreuve : 3 heures **Coefficient : 4**

Les calculatrices électroniques de poche sont autorisées, conformément à la réglementation en vigueur.

Le sujet est composé de 4 exercices indépendants. Le candidat doit traiter tous les exercices.
Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes.
Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.
Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies.

Avant de composer, le candidat s'assurera que le sujet comporte bien 7 pages numérotées de 1/7 à 7/7.

EXERCICE 2 (5 points)

Les trois parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A

D'après le « bilan des examens du permis de conduire » pour l'année 2014 publié par le Ministère de l'Intérieur en novembre 2015, 20 % des personnes qui se sont présentées à l'épreuve pratique du permis de conduire avaient suivi la filière de l'apprentissage anticipé de la conduite (AAC). Parmi ces candidats, 75 % ont été reçus à l'examen. Pour les candidats n'ayant pas suivi la filière AAC, le taux de réussite à l'examen cette année là était seulement de 56,6 %.
On choisit au hasard l'un des candidats à l'épreuve pratique du permis de conduire en 2014.
On considère les évènements suivants :

- A : « le candidat a suivi la filière AAC » ;
- R : « le candidat a été reçu à l'examen ».

On rappelle que si E et F sont deux évènements, la probabilité de l'évènement E est notée $P(E)$ et celle de E sachant F est notée $P_F(E)$. De plus $\overline{E}$ désigne l'évènement contraire de E.

1. **a)** Donner les probabilités $P(A)$, $P_A(R)$ et $P_{\overline{A}}(R)$.

b) Traduire la situation par un arbre pondéré.

2. **a)** Calculer la probabilité $P(A \cap R)$.

b) Interpréter ce résultat dans le cadre de l'énoncé.

3. Justifier que $P(R) = 0{,}6028$.

4. Sachant que le candidat a été reçu à l'examen, calculer la probabilité qu'il ait suivi la filière AAC.
On donnera une valeur approchée à 10^{-4} près de cette probabilité.

Partie B

Un responsable d'auto-école affirme que pour l'année 2016, la probabilité d'être reçu à l'examen est égale à $0,62$.

Ayant des doutes sur cette affirmation, une association d'automobilistes décide d'interroger 400 candidats à l'examen parmi ceux de 2016. Il s'avère que 220 d'entre eux ont effectivement obtenu le permis de conduire.

1. Déterminer un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence de candidats reçus dans un échantillon aléatoire de 400 candidats.

2. Peut-on émettre des doutes sur l'affirmation du responsable de cette auto-école ?
Justifier votre réponse.

Partie C

Selon une enquête menée en 2013 par l'association « Prévention Routière », le coût moyen d'obtention du permis de conduire atteignait environ 1 500 €. On décide de modéliser le coût d'obtention du permis de conduire par une variable aléatoire X qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 1\,500$ et d'écart-type $\sigma = 410$.

1. Déterminer une valeur approchée à 10^{-2} près de la probabilité que le coût du permis de conduire soit compris entre 1 090 € et 1 910 €.

2. Déterminer $P(X \leqslant 1155)$.
On donnera le résultat sous forme approchée à 10^{-2} près.

3. **a)** Par la méthode de votre choix, estimer la valeur du nombre réel a, arrondi à l'unité, vérifiant $P(X \geqslant a) = 0,2$.

b) Interpréter ce résultat dans le cadre de l'énoncé.

EXERCICE 2

[Polynésie 2017]

Partie A:

1. a. Donnons les probabilités $P(A)$, $P_A(R)$ et $P_{\overline{A}}(R)$:

D'après l'énoncé, nous avons:

- A = " le candidat a suivi la filière AAC ".
- $\overline{A}$ = " le candidat n'a pas suivi la filière AAC ".
- R = " le candidat a été reçu à l'examen ".
- $\overline{R}$ = " le candidat a échoué à l'examen ".

- $P(A) = 20\%$
- $P(\overline{A}) = 1 - 20\% = 80\%$.

- $P_A(R) = 75\%$
- $P_A(\overline{R}) = 1 - 75\% = 25\%$.

- $P_{\overline{A}}(R) = 56,6\%$
- $P_{\overline{A}}(\overline{R}) = 1 - 56,6\% = 43,4\%$.

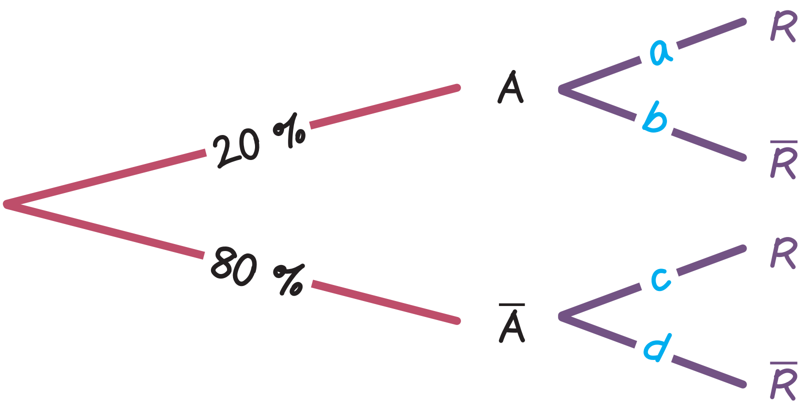
Ainsi, nous pouvons affirmer que:

$$P(A) = 20\%,\ P_A(R) = 75\% \text{ et } P_{\overline{A}}(R) = 56,6\%.$$

Au total: $P(A) = 20\%$, $P_A(R) = 75\%$ et $P_{\overline{A}}(R) = 56,6\%$.

1. b. Traduisons la situation par un arbre pondéré:

Nous avons l'arbre pondéré suivant:



, avec:
- $a = 75\ \%$
- $b = 25\ \%$
- $c = 56,6\ \%$
- $d = 43,4\%$

2. a. Calculons $P(A \cap R)$:

Nous devons calculer: $P(A \cap R)$.

$P(A \cap R) = P_A(R) \times P(A)$.

Ainsi: $P(A \cap R) = 15\%$.

Au total: $P(A \cap R) = 15\%$.

2. b. Interprétons ce résultat:

Cela signifie que la probabilité que la personne ait suivi la filière AAC **et** ait réussi à l'examen est de 15%.

3. Justifions que $P(R) = 0,6028$:

Nous devons calculer: $P(R)$.

Or, l'événement $R = (R \cap A) \cup (R \cap \overline{A})$.

D'où: $P(R) = P(R \cap A) + P(R \cap \overline{A})$

$$= P_A(R) \times P(A) + P_{\overline{A}}(R) \times P(\overline{A}).$$

Ainsi: $P(R) = 75\% \times 20\% + 56,6\% \times 80\%$ cad: $P(R) = 0,6028.$

Au total, nous avons bien: $P(R) = 0,6028.$

4. Calculons la probabilité qu'un candidat reçu à l'examen ait suivi la filière AAC:

Cela revient à calculer: $P_R(A).$

$$P_R(A) = \frac{P(R \cap A)}{P(R)}$$

$$= \frac{P_A(R) \times P(A)}{P(R)}.$$

Ainsi: $P_R(A) = \dfrac{15\%}{0,6028}$ cad: $P_R(A) \approx 24,88\%.$

Au total, la probabilité qu'un candidat reçu à l'examen ait suivi la filière AAC est d'environ: $24,88\%.$

Partie B:

1. Déterminons l'intervalle de fluctuation asymptotique demandé:

Ici, nous avons: • $n = 400$

• $p = 0,62$

• $f = \dfrac{220}{400}$ => $f = 55\%.$

Dans ces conditions:

$n = 400 \geqslant 30$, $n \cdot p = 248 \geqslant 5$ et $n \cdot (1 - p) = 152 \geqslant 5$.

Les conditions sont donc réunies.

Un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95% s'écrit:

$$I = \left[p - 1,96 \times \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} ; p + 1,96 \times \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right],$$

cad: $I \approx [\, 57,24\% ; 66,76\% \,]$.

L'intervalle de fluctuation asymptotique demandé est donc:

$$I \approx [\, 57,24\% ; 66,76\% \,].$$

2. Peut-on émettre des doutes sur l'affirmation du responsable de cette auto-école ?

Ici la fréquence " f ", sur l'échantillon, est telle que: $f = 55\% \notin I$.

Ainsi, **oui** nous pouvons émettre des doutes sur l'affirmation du responsable de cette auto-école.