Corrigé

Exercice 4

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SESSION 2016

MATHÉMATIQUES - Série ES

ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Durée de l'épreuve : 3 heures   Coefficient : 7

Les calculatrices électroniques de poche sont autorisées,
conformément à la réglementation en vigueur.

Le sujet est composé de 4 exercices indépendants. Le candidat doit traiter tous les exercices.
Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes.
Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.
Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies.

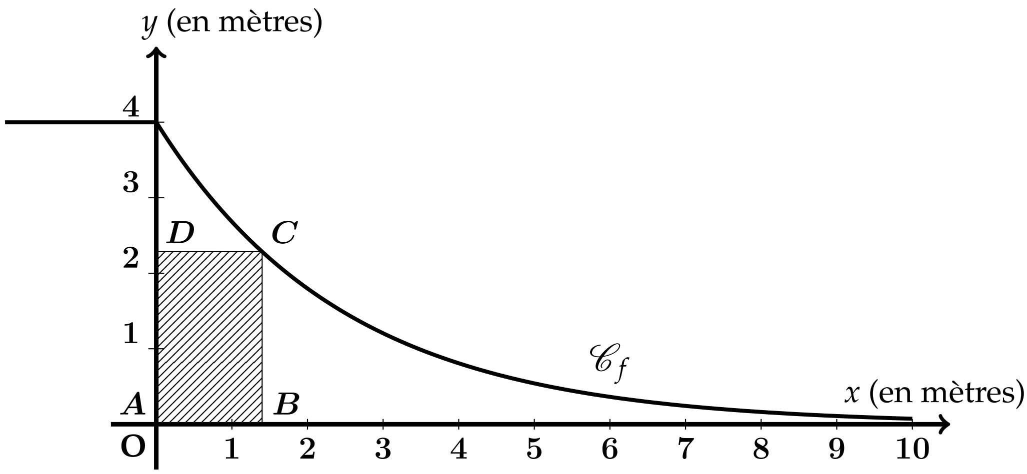
Avant de composer, le candidat s'assurera que le sujet comporte bien 8 pages numérotées de 1/8 à 8/8 .

EXERCICE 4 (3 points)

Un publicitaire envisage la pose d'un panneau rectangulaire sous une partie de rampe de skateboard. Le profil de cette rampe est modélisé par la courbe représentative de la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;10]$ par :

$$f(x) = 4\,\mathrm{e}^{-0,4x}.$$

Cette courbe $\mathscr{C}_f$ est tracée ci-dessous dans un repère d'origine O :



Le rectangle $ABCD$ représente le panneau publicitaire et répond aux contraintes suivantes : le point A est situé à l'origine du repère, le point B est sur l'axe des abscisses, le point D est sur l'axe des ordonnées et le point C est sur la courbe $\mathscr{C}_f$.

1. On suppose dans cette question que le point B a pour abscisse $x = 2$.
Montrer qu'une valeur approchée de l'aire du panneau publicitaire est $3,6$ m^2.

2. Parmi tous les panneaux publicitaires qui répondent aux contraintes de l'énoncé, quelles sont les dimensions de celui dont l'aire est la plus grande possible ?
On donnera les dimensions d'un tel panneau au centimètre près.

EXERCICE 4

[Polynésie 2016]

1. Montrons que l'aire du panneau publicitaire est $3,6\ m^2$, en supposant $x_B = 2$:

Nous sommes en présence d'un rectangle avec:

$A\,(0;0)$, $B\,(2;0)$, $C\,(2;f(2))$ et $D\,(0;f(2))$

cad: $A\,(0;0)$, $B\,(2;0)$, $C\,(2;4e^{-0,8})$ et $D\,(0;4e^{-0,8})$.

Dans ces conditions, l'aire $\mathscr{A}$ du panneau publicitaire est:

Longueur x Largeur $= 4e^{-0,8} \times 2$ => $\mathscr{A} = 8e^{-0,8}$.

Au total, l'aire du panneau publicitaire est: $\mathscr{A} = 8e^{-0,8}\ m^2$ ou $\mathscr{A} = 3,6\ m^2$.

2. Déterminons les dimensions du panneau dont l'aire est la plus grande possible:

D'une manière générale, si B a pour abscisse $x_B = a$, l'aire $\mathscr{A}$ du panneau publicitaire est: $\mathscr{A}$ = Longueur x Largeur

=> $\mathscr{A} = 4e^{-0,4a} \times a$

=> $\mathscr{A} = 4ae^{-0,4a}$.

Nous devons à présent calculer la valeur de " a " telle que: $\mathscr{A}'(a) = 0$.

$\mathscr{A}'(a) = 0$ ssi: $a = 2,5$ mètres.

Ainsi, les dimensions du panneau dont l'aire est la plus grande possible sont:

Longueur $= \dfrac{4}{e}$ mètres et Largeur $= 2,5$ mètres.

Dans ces conditions: $\mathscr{A}\ max \approx 3,68$.