

EXERCICE 1

[Polynésie 2016]

Partie A: Prêts immobiliers

1. Représentons un arbre pondéré illustrant la situation:

D'après l'énoncé, nous avons:

- K = " la demande auprès de Karl "
- L = " la demande auprès de Lofa "
- M = " la demande auprès de Miro "
- A = " la demande de prêt est acceptée "

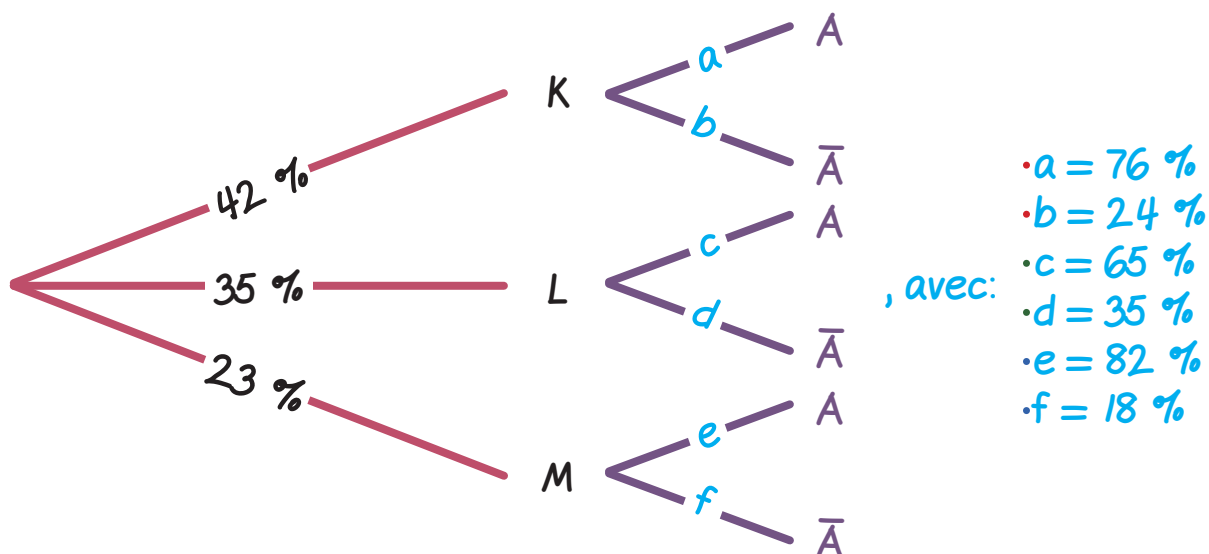
- $P_K(A) = 76\%$
- $P_K(\bar{A}) = 24\%$
($76\% + 24\% = 1$).

- $P_L(A) = 65\%$
- $P_L(\bar{A}) = 35\%$
($65\% + 35\% = 1$).

- $P_M(A) = 82\%$
- $P_M(\bar{A}) = 18\%$
($82\% + 18\% = 1$).

- $P(K) = 42\%$
- $P(L) = 35\%$
- $P(M) = 23\%$
($42\% + 35\% + 23\% = 1$).

D'où l'arbre pondéré suivant:



2. Calculons la probabilité que la demande de prêt soit déposée auprès de la banque Karl et soit acceptée:

Cela revient à calculer: $P(K \cap A)$.

$$P(K \cap A) = P_K(A) \times P(K).$$

$$\text{Ainsi: } P(K \cap A) = 76\% \times 42\% \Rightarrow P(K \cap A) \approx 31.9\%.$$

Au total, il y a 31.9% de chance pour que la demande de prêt soit déposée auprès de la banque Karl et soit acceptée.

3. Montrons que $P(A) \approx 0.735$:

$$\text{L'événement } A = (A \cap K) \cup (A \cap L) \cup (A \cap M).$$

$$\text{D'où: } P(A) = P(A \cap K) + P(A \cap L) + P(A \cap M)$$

$$= P(K \cap A) + (P_L(A) \times P(L)) + (P_M(A) \times P(M)).$$

$$\text{Ainsi: } P(A) = 31.9\% + (65\% \times 35\%) + (82\% \times 23\%)$$

$$\Rightarrow P(A) = 73.5\%$$

Au total, nous avons bien: $P(A) \approx 0.735$.

4. Calculons $P_A(M)$:

$$P_A(M) = \frac{P(A \cap M)}{P(A)}$$

$$= \frac{P_M(A) \times P(M)}{P(A)}$$

$$\text{Ainsi: } P_A(M) = \frac{82\% \times 23\%}{73.5\%} \Rightarrow P_A(M) \approx 0.256.$$

Au total, il y a 25.6% de chance pour que si la demande de prêt est acceptée, elle ait été déposée à la banque Miro.



freemaths.fr

EXERCICE 1

[Polynésie 2016]

Partie B: Durée moyenne d'un prêt

1. Calculons la probabilité que la durée d'un prêt soit comprise entre 13 et 27 ans:

D'après l'énoncé, nous savons que:

- X est une variable aléatoire qui correspond à la durée d'un prêt immobilier (en années).
- X suit la loi normale d'espérance $\mu = 20$ et d'écart type $\sigma = 7$.
- T suit la loi normale centrée réduite.

Il s'agit de calculer: $P(13 \leq X \leq 27)$.

Nous remarquons que: $13 = \mu - \sigma$ et $27 = \mu + \sigma$.

Or, d'après le cours: $P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) \approx 0,683$.

D'où: $P(13 \leq X \leq 27) \approx 0,683$.

Au total, la probabilité que la durée de vie d'un prêt soit comprise entre 13 et 27 ans est de: 68,3%.

2. Déterminons la valeur du réel " a " tel que $P(X > a) = 0,1$:

$$P(X > a) = 0,1 \Leftrightarrow P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} > \frac{a - 20}{7}\right) = 0,1$$

$$\Leftrightarrow P\left(T > \frac{a-20}{7}\right) = 0,1$$

$$\Leftrightarrow 1 - P\left(T \leq \frac{a-20}{7}\right) = 0,1$$

$$\Rightarrow P\left(T \leq \frac{a-20}{7}\right) = 0,9.$$

A l'aide d'une machine à calculer, on trouve:

$$\frac{a-20}{7} \approx 1,2816 \Rightarrow a \approx 28,97.$$

Au total, la valeur recherchée pour " a " est d'environ: 28,97 années.