

EXERCICE 4

[Polynésie 2016]

1. Montrons que l'aire du panneau publicitaire est $3,6 \text{ m}^2$, en supposant $x_B = 2$:

Nous sommes en présence d'un rectangle avec:

$$A(0;0), B(2;0), C(2;f(2)) \text{ et } D(0;f(2))$$

$$\text{cad: } A(0;0), B(2;0), C(2;4e^{-0,8}) \text{ et } D(0;4e^{-0,8}).$$

Dans ces conditions, l'aire \mathcal{A} du panneau publicitaire est:

$$\text{Longueur} \times \text{Largeur} = 4e^{-0,8} \times 2 \Rightarrow \mathcal{A} = 8e^{-0,8}.$$

Au total, l'aire du panneau publicitaire est: $\mathcal{A} = 8e^{-0,8} \text{ m}^2$ ou $\mathcal{A} = 3,6 \text{ m}^2$.

2. Déterminons les dimensions du panneau dont l'aire est la plus grande possible:

D'une manière générale, si B a pour abscisse $x_B = a$, l'aire \mathcal{A} du panneau publicitaire est: $\mathcal{A} = \text{Longueur} \times \text{Largeur}$

$$\Rightarrow \mathcal{A} = 4e^{-0,4a} \times a$$

$$\Rightarrow \mathcal{A} = 4ae^{-0,4a}.$$

Nous devons à présent calculer la valeur de " a " telle que: $\mathcal{A}'(a) = 0$.

$$\mathcal{A}'(a) = 0 \text{ ssi: } a = 2,5 \text{ mètres.}$$

Ainsi, les dimensions du panneau dont l'aire est la plus grande possible sont:

$$\text{Longueur} = \frac{4}{e} \text{ mètres et Largeur} = 2,5 \text{ mètres.}$$

Dans ces conditions: $\mathcal{A} \text{ max} \approx 3,68$.