EXERCICE 1

[Polynésie 2016]

Partie A: Prêts immobiliers

1. Représentons un arbre pondéré illustrant la situation:

D'après l'énoncé, nous avons:

- K = " la demande auprès de Karl ".
- L = " la demande auprès de Lofa ".
- M = " la demande auprès de Miro ".
- A = " la demande de prêt est acceptée ".

- $P_K(A) = 76\%$
- $P_K(\bar{A}) = 24\%$

$(76\% + 24\% = 1)$.

- $P(K) = 42\%$
- $P(L) = 35\%$
- $P(M) = 23\%$

$(42\% + 35\% + 23\% = 1)$.

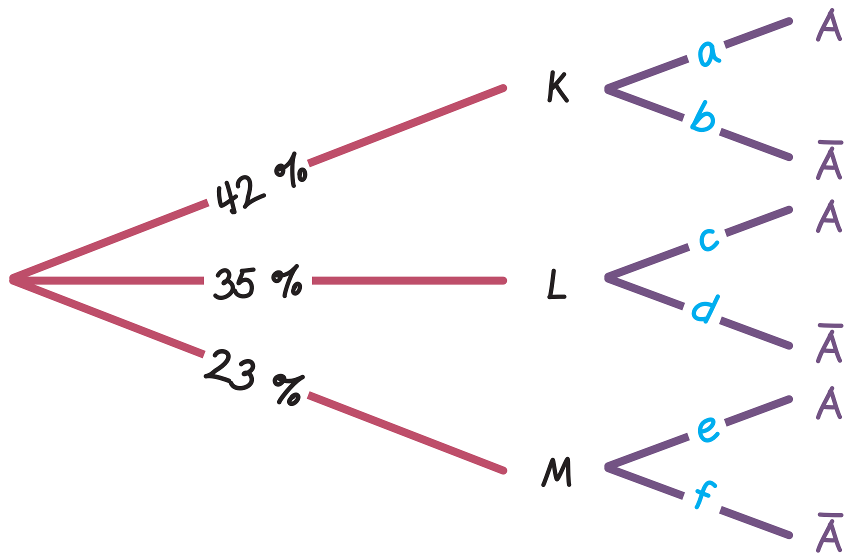
- $P_L(A) = 65\%$
- $P_L(\bar{A}) = 35\%$

$(65\% + 35\% = 1)$.

- $P_M(A) = 82\%$
- $P_M(\bar{A}) = 18\%$

$(82\% + 18\% = 1)$.

D'où l'arbre pondéré suivant:



, avec:

- $a = 76\ \%$
- $b = 24\ \%$
- $c = 65\ \%$
- $d = 35\ \%$
- $e = 82\ \%$
- $f = 18\ \%$

.

2. Calculons la probabilité que la demande de prêt soit déposée auprès de la banque Karl et soit acceptée:

Cela revient à calculer: $P(K \cap A)$.

$P(K \cap A) = P_K(A) \times P(K)$.

Ainsi: $P(K \cap A) = 76\% \times 42\%$ => $P(K \cap A) \approx 31.9\%$.

Au total, il y a 31.9% de chance pour que la demande de prêt soit déposée auprès de la banque Karl et soit acceptée.

3. Montrons que $P(A) \approx 0.735$:

L'événement $A = (A \cap K) \cup (A \cap L) \cup (A \cap M)$.

D'où: $P(A) = P(A \cap K) + P(A \cap L) + P(A \cap M)$

$$= P(K \cap A) + (P_L(A) \times P(L)) + (P_M(A) \times P(M)).$$

Ainsi: $P(A) = 31.9\% + (65\% \times 35\%) + (82\% \times 23\%)$

$\Rightarrow P(A) = 73.5\%$.

Au total, nous avons bien: $P(A) \approx 0.735$.

4. Calculons $P_A(M)$:

$$P_A(M) = \frac{P(A \cap M)}{P(A)}$$

$$= \frac{P_M(A) \times P(M)}{P(A)}.$$

Ainsi: $P_A(M) = \dfrac{82\% \times 23\%}{73.5\%}$ $\Rightarrow P_A(M) \approx 0.256$.

Au total, il y a 25.6% de chance pour que si la demande de prêt est acceptée, elle ait été déposée à la banque Miro.

freemaths.fr

EXERCICE 1

[Polynésie 2016]

Partie B: Durée moyenne d'un prêt

1. Calculons la probabilité que la durée d'un prêt soit comprise entre 13 et 27 ans:

D'après l'énoncé, nous savons que:

- X est une variable aléatoire qui correspond à la durée d'un prêt immobilier (en années).
- X suit la loi normale d'espérance $\mu = 20$ et d'écart type $\sigma = 7$.
- T suit la loi normale centrée réduite.

Il s'agit de calculer: $P(13 \leqslant X \leqslant 27)$.

Nous remarquons que: $13 = \mu - \sigma$ et $27 = \mu + \sigma$.

Or, d'après le cours: $P(\mu - \sigma \leqslant X \leqslant \mu + \sigma) \approx 0,683$.

D'où: $P(13 \leqslant X \leqslant 27) \approx 0,683$.

Au total, la probabilité que la durée de vie d'un prêt soit comprise entre 13 et 27 ans est de: 68,3%.

2. Déterminons la valeur du réel " a " tel que $P(X > a) = 0,1$:

$P(X > a) = 0,1 \iff P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} > \frac{a - 20}{7}\right) = 0,1$

$$\iff P\left(T > \frac{a-20}{7}\right) = 0,1$$

$$\iff 1 - P\left(T \leqslant \frac{a-20}{7}\right) = 0,1$$

$$\implies P\left(T \leqslant \frac{a-20}{7}\right) = 0,9.$$

A l'aide d'une machine à calculer, on trouve:

$$\frac{a-20}{7} \approx 1,2816 \implies a \approx 28,97.$$

Au total, la valeur recherchée pour " a " est d'environ: 28, 97 années.