

Corrigé

Exercice 1



freemaths.fr

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SESSION 2016

MATHÉMATIQUES - Série ES ENSEIGNEMENT OBLIGATOIRE

Durée de l'épreuve : 3 heures

Coefficient : 5

MATHÉMATIQUES - Série L ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Durée de l'épreuve : 3 heures

Coefficient : 4

**Les calculatrices électroniques de poche sont autorisées,
conformément à la réglementation en vigueur.**

Le sujet est composé de 4 exercices indépendants. Le candidat doit traiter tous les exercices. Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes. Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies.

Avant de composer, le candidat s'assurera que le sujet comporte bien 7 pages
numérotées de 1/7 à 7/7 .

EXERCICE 1 (5 points)

Les parties A et B sont indépendantes.

On s'intéresse à l'ensemble des demandes de prêts immobiliers auprès de trois grandes banques. Une étude montre que 42 % des demandes de prêts sont déposées auprès de la banque Karl, 35 % des demandes de prêts sont déposées auprès de la banque Lofa, alors que cette proportion est de 23 % pour la banque Miro.

Par ailleurs :

- 76 % des demandes de prêts déposées auprès de la banque Karl sont acceptées ;
- 65 % des demandes de prêts déposées auprès de la banque Lofa sont acceptées ;
- 82 % des demandes de prêts déposées auprès de la banque Miro sont acceptées.

On choisit au hasard une demande de prêt immobilier parmi celles déposées auprès des trois banques.

On considère les évènements suivants :

- K : « la demande de prêt a été déposée auprès de la banque Karl » ;
- L : « la demande de prêt a été déposée auprès de la banque Lofa » ;
- M : « la demande de prêt a été déposée auprès de la banque Miro » ;
- A : « la demande de prêt est acceptée ».

On rappelle que pour tout évènement E , on note $P(E)$ sa probabilité et on désigne par \bar{E} son événement contraire.

Dans tout l'exercice on donnera, si nécessaire, des valeurs approchées au millième des résultats.

Partie A

1. Construire un arbre pondéré illustrant la situation.
2. Calculer la probabilité que la demande de prêt soit déposée auprès de la banque Karl et soit acceptée.
3. Montrer que $P(A) \approx 0,735$.
4. La demande de prêt est acceptée. Calculer la probabilité qu'elle ait été déposée à la banque Miro.

Partie B

Dans cette partie, on s'intéresse à la durée moyenne d'un prêt immobilier.

On note X la variable aléatoire qui, à chaque prêt immobilier, associe sa durée, en années.

On admet que la variable aléatoire X suit la loi normale d'espérance $\mu = 20$ et d'écart-type $\sigma = 7$.

1. Calculer la probabilité que la durée d'un prêt soit comprise entre 13 et 27 ans.
2. Déterminer une valeur approchée à 0,01 près du nombre réel a tel que $P(X > a) = 0,1$.
Interpréter ce résultat dans le cadre de l'exercice.

EXERCICE 1

[Polynésie 2016]

Partie A: Prêts immobiliers

1. Représentons un arbre pondéré illustrant la situation:

D'après l'énoncé, nous avons:

- K = " la demande auprès de Karl "
- L = " la demande auprès de Lofa "
- M = " la demande auprès de Miro "
- A = " la demande de prêt est acceptée "

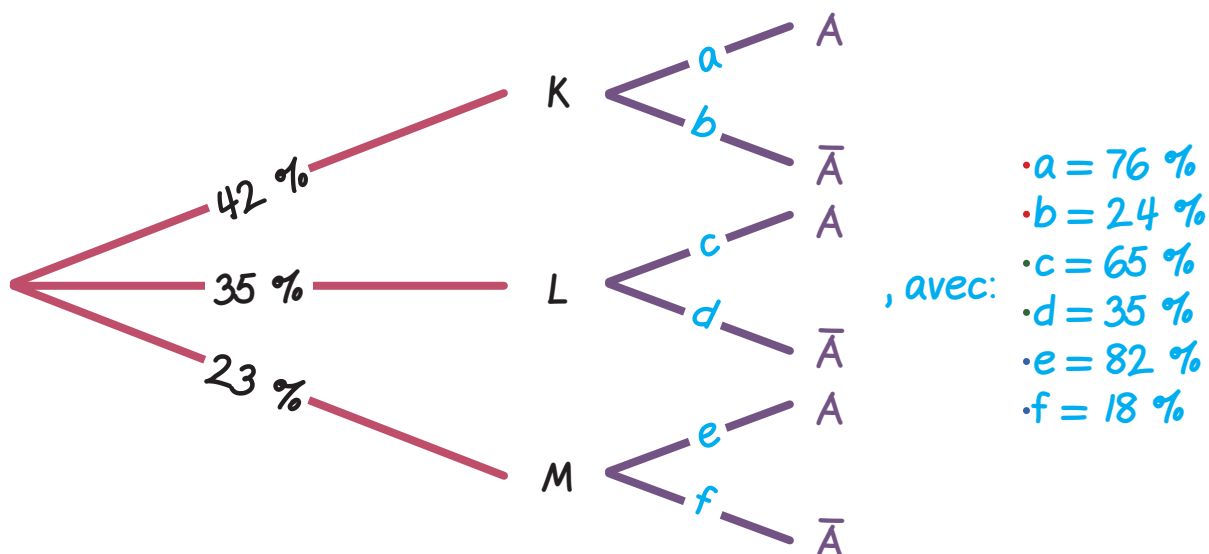
- $P_K(A) = 76\%$
- $P_K(\bar{A}) = 24\%$
($76\% + 24\% = 1$).

- $P_L(A) = 65\%$
- $P_L(\bar{A}) = 35\%$
($65\% + 35\% = 1$).

- $P_M(A) = 82\%$
- $P_M(\bar{A}) = 18\%$
($82\% + 18\% = 1$).

- $P(K) = 42\%$
- $P(L) = 35\%$
- $P(M) = 23\%$
($42\% + 35\% + 23\% = 1$).

D'où l'arbre pondéré suivant:



2. Calculons la probabilité que la demande de prêt soit déposée auprès de la banque Karl et soit acceptée:

Cela revient à calculer: $P(K \cap A)$.

$$P(K \cap A) = P_K(A) \times P(K).$$

$$\text{Ainsi: } P(K \cap A) = 76\% \times 42\% \Rightarrow P(K \cap A) \approx 31.9\%.$$

Au total, il y a 31.9% de chance pour que la demande de prêt soit déposée auprès de la banque Karl et soit acceptée.

3. Montrons que $P(A) \approx 0.735$:

$$\text{L'événement } A = (A \cap K) \cup (A \cap L) \cup (A \cap M).$$

$$\text{D'où: } P(A) = P(A \cap K) + P(A \cap L) + P(A \cap M)$$

$$= P(K \cap A) + (P_L(A) \times P(L)) + (P_M(A) \times P(M)).$$

$$\text{Ainsi: } P(A) = 31.9\% + (65\% \times 35\%) + (82\% \times 23\%)$$

$$\Rightarrow P(A) = 73.5\%$$

Au total, nous avons bien: $P(A) \approx 0.735$.

4. Calculons $P_A(M)$:

$$P_A(M) = \frac{P(A \cap M)}{P(A)}$$

$$= \frac{P_M(A) \times P(M)}{P(A)}$$

$$\text{Ainsi: } P_A(M) = \frac{82\% \times 23\%}{73.5\%} \Rightarrow P_A(M) \approx 0.256.$$

Au total, il y a 25.6% de chance pour que si la demande de prêt est acceptée, elle ait été déposée à la banque Miro.



freemaths.fr

EXERCICE 1

[Polynésie 2016]

Partie B: Durée moyenne d'un prêt

1. Calculons la probabilité que la durée d'un prêt soit comprise entre 13 et 27 ans:

D'après l'énoncé, nous savons que:

- X est une variable aléatoire qui correspond à la durée d'un prêt immobilier (en années).
- X suit la loi normale d'espérance $\mu = 20$ et d'écart type $\sigma = 7$.
- T suit la loi normale centrée réduite.

Il s'agit de calculer: $P(13 \leq X \leq 27)$.

Nous remarquons que: $13 = \mu - \sigma$ et $27 = \mu + \sigma$.

Or, d'après le cours: $P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) \approx 0,683$.

D'où: $P(13 \leq X \leq 27) \approx 0,683$.

Au total, la probabilité que la durée de vie d'un prêt soit comprise entre 13 et 27 ans est de: 68,3%.

2. Déterminons la valeur du réel " a " tel que $P(X > a) = 0,1$:

$$P(X > a) = 0,1 \Leftrightarrow P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} > \frac{a - 20}{7}\right) = 0,1$$

$$\Leftrightarrow P\left(T > \frac{a-20}{7}\right) = 0,1$$

$$\Leftrightarrow 1 - P\left(T \leq \frac{a-20}{7}\right) = 0,1$$

$$\Rightarrow P\left(T \leq \frac{a-20}{7}\right) = 0,9.$$

A l'aide d'une machine à calculer, on trouve:

$$\frac{a-20}{7} \approx 1,2816 \Rightarrow a \approx 28,97.$$

Au total, la valeur recherchée pour " a " est d'environ: 28,97 années.