Corrigé

Exercice 1

freemaths.fr

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

Session 2017

MATHÉMATIQUES

- Série ES -

ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Durée de l'épreuve : 3 heures

Coefficient : 7

Les calculatrices électroniques de poche sont autorisées, conformément à la réglementation en vigueur.

Le sujet est composé de 4 exercices indépendants. Le candidat doit traiter tous les exercices. Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes, à condition de l'indiquer clairement sur la copie. Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Avant de composer, le candidat s'assurera que le sujet comporte bien 7 pages numérotées de 1 à 7.

freemaths.fr

EXERCICE 1 **(3 points)**

Commun à tous les candidats

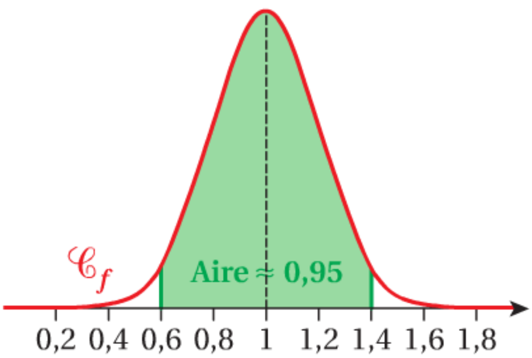
Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée.
Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse correspondante.

1) On considère la fonction g définie sur $]0;+\infty[$ par $g(x)=\frac{2}{x}$

La valeur moyenne de la fonction g sur l'intervalle $[1;\mathrm{e}]$ est :

a) 2 **b)** $\frac{1}{\mathrm{e}-1}$ **c)** $\frac{2}{\mathrm{e}-1}$ **d)** $\frac{-2}{\mathrm{e}-1}$

2) On considère une variable aléatoire X suivant une loi normale. La courbe de la figure ci-dessous représente la fonction de densité f associée à la variable X.



a) L'espérance de X est 0,4.
b) L'espérance de X est 0,95.
c) L'écart-type de X est environ 0,4.
d) L'écart-type de X est environ 0,2.

3) À l'occasion de son inauguration, un hypermarché offre à ses clients un ticket à gratter par tranche de 10 euros d'achats. *L'hypermarché* ***affirme*** *que 15 % des tickets à gratter sont gagnants*, c'est-à-dire donneront droit à un bon d'achat de 5 euros.
Amandine a reçu 50 tickets à gratter après un achat de 500 euros dans cet hypermarché. Deux d'entre eux étaient gagnants.
On suppose que le nombre de tickets à gratter est suffisamment important pour considérer qu'un échantillon de 50 tickets correspond à un tirage aléatoire avec remise.

a) L'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence observée de tickets gagnants dans un échantillon de 50 tickets à gratter est $[0{,}051;0{,}249]$, les bornes étant arrondies au millième.

b) L'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence observée de tickets gagnants dans un échantillon de 50 tickets à gratter est $[0{,}100\,;0{,}200]$, les bornes étant arrondies au millième.

c) La fréquence de tickets gagnants reçus par Amandine est $\frac{50}{500}$.

d) Amandine peut annoncer avec un risque de 5 % que l'affirmation de l'hypermarché n'est pas mensongère.

EXERCICE 1

[Liban 2017]

1. La bonne réponse est: c. cad $\frac{2}{e-1}$.

En effet, d'après le cours: soit " **m** ", la valeur moyenne de g sur [1; e],

m est telle que: $m = \frac{1}{e-1}\int_1^e g(x)\,dx$.

Ici: $m = \frac{1}{e-1}\int_1^e \frac{2}{x}\,dx$

$$= \frac{1}{e-1}\Big[2 \times \ln(x)\Big]_1^e$$

$$= \frac{1}{e-1}(2 \times \ln(e) - 2 \times \ln(1))$$

$$\Rightarrow m = \frac{2}{e-1}.$$

2. La bonne réponse est: d. cad l'écart type de X est d'environ 0, 2.

D'après le graphique: $E(X) = 1$, Aire $\approx 0,95$ et $\begin{cases} \mu - 2\sigma = 0,6 \\ \mu + 2\sigma = 1,4 \end{cases}$.

Or, d'après le cours: $P(\mu - 2\sigma \leqslant X \leqslant \mu + 2\sigma) \approx 0,95$.

Ici, par identification:

$$\begin{cases} \mu - 2\sigma = 0,6 \\ \mu + 2\sigma = 1,4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 2\sigma = 0,6 \\ 1 + 2\sigma = 1,4 \end{cases} \Rightarrow \sigma = 0,2.$$

3. **La bonne réponse est** : a. cad $I = [\,0,051\,;\,0,249\,]$.

D'après le cours, un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95% s'écrit :

$$I = \left[\, p - 1,96 \times \sqrt{\frac{p\,(1-p)}{n}}\,;\, p + 1,96 \times \sqrt{\frac{p\,(1-p)}{n}} \,\right].$$

Or ici : $n = 50$ et $p = 15\%$.

D'où : $I = \left[\, 0,15 - 1,96 \times \sqrt{\dfrac{0,15 \times 0,85}{50}}\,;\, 0,15 + 1,96 \times \sqrt{\dfrac{0,15 \times 0,85}{50}} \,\right]$

cad : $I = [\,0,051\,;\,0,249\,]$.