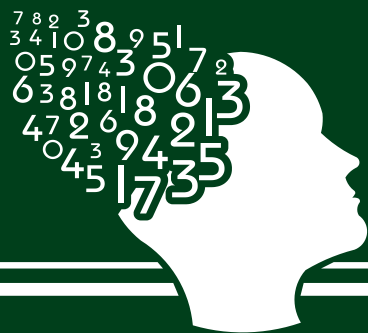


Corrigé

Exercice 2



freemaths.fr

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

Session 2017

MATHÉMATIQUES - Série ES -

ENSEIGNEMENT OBLIGATOIRE

Durée de l'épreuve : 3 heures - Coefficient : 5

MATHÉMATIQUES - Série L -

ENSEIGNEMENT DE SPECIALITE

Durée de l'épreuve : 3 heures - Coefficient : 4

*Les calculatrices électroniques de poche sont autorisées,
conformément à la réglementation en vigueur.*

Le sujet est composé de 4 exercices indépendants. Le candidat doit traiter tous les exercices. Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes, à condition de l'indiquer clairement sur la copie. Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Avant de composer, le candidat s'assurera que le sujet comporte bien 6 pages numérotées de 1 à 6.

EXERCICE 2 (6 points)

Commun à tous les candidats

Les deux parties sont indépendantes.

Partie A : L'accord de Kyoto (1997)

Le principal gaz à effet de serre (GES) est le dioxyde de carbone, noté CO_2 .

En 2011, la France a émis 486 mégatonnes de GES en équivalent CO_2 contre 559 mégatonnes en 1990.

1) Dans l'accord de Kyoto, la France s'est engagée à réduire ses GES de 8 % entre 1990 et 2012. Peut-on dire qu'en 2011 la France respectait déjà cet engagement ? Justifier la réponse.

2) Sachant que les émissions de 2011 ont marqué une baisse de 5,6 % par rapport à 2010, calculer le nombre de mégatonnes en équivalent CO_2 émises par la France en 2010. Arrondir le résultat à 0,1.

Partie B : Étude des émissions de gaz à effet de serre d'une zone industrielle

Un plan de réduction des émissions de gaz à effet de serre (GES) a été mis en place dans une zone industrielle. On estime que, pour les entreprises déjà installées sur le site, les mesures de ce plan conduisent à une réduction des émissions de 2 % d'une année sur l'autre et que, chaque année, les implantations de nouvelles entreprises sur le site génèrent 200 tonnes de GES en équivalent CO_2 .

En 2005, cette zone industrielle a émis 41 milliers de tonnes de CO_2 au total.

Pour tout entier naturel n , on note u_n le nombre de milliers de tonnes de CO_2 émis dans cette zone industrielle au cours de l'année $2005 + n$.

1) Déterminer u_0 et u_1 .

2) Montrer que, pour tout entier naturel n , on a : $u_{n+1} = 0,98 \times u_n + 0,2$.

3) On considère la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel n , par $v_n = u_n - 10$.

a) Montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison 0,98. Préciser son premier terme.

b) Exprimer v_n en fonction de n , pour tout entier naturel n .

c) En déduire que, pour tout entier naturel n , $u_n = 31 \times (0,98)^n + 10$.

4) a) Calculer la limite de la suite (u_n) .

b) Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

5) À l'aide de l'algorithme ci-dessous, on se propose de déterminer l'année à partir de laquelle la zone industrielle aura réduit au moins de moitié ses émissions de CO₂, par rapport à l'année 2005.

a) Recopier et compléter les lignes 7 et 9 de l'algorithme

1 Variables
2 U est du type nombre
3 n est du type nombre entier
4 Début Algorithme
5 U prend la valeur 41
6 n prend la valeur 0
7 Tant que (.....) faire
8 Début Tant que
9 U prend la valeur.....
10 n prend la valeur n + 1
11 Fin Tant que
12 Afficher n
13 Fin Algorithme

b) L'algorithme affiche 54. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

EXERCICE 2

[Liban 2017]

Partie A: L'accord de Kyoto (1997)

1. En 2011, la France respectait-elle déjà cet engagement ?

Pour répondre à cette question, nous allons calculer le pourcentage de baisse entre les années 1990 et 2011. Et le comparer à 8%.

Rappelons que:

- En 2011, émission de 486 mégatonnes de GES,
- En 1990, émission de 559 mégatonnes de GES.

Soient E_x l'émission initiale (1990) et E_y l'émission finale (2011),

avec: $E_x = 559$ mégatonnes et $E_y = 486$ mégatonnes.

Soit " a " le pourcentage de baisse recherché.

D'après le cours, nous avons: $E_y = (1 - a) \times E_x$

$$\Leftrightarrow (1 - a) = \frac{E_y}{E_x}$$

$$\Leftrightarrow (1 - a) = \frac{486}{559}$$

$$\Rightarrow a = 0,130 \text{ ou } a = 13\%$$

Au total: comme le pourcentage de diminution est de 13% et que $13\% > 8\%$, oui la France respectait déjà cet engagement.

2. Calculons le nombre de mégatonnes en équivalent CO_2 émises par la France en 2010:

Ici: $a = 5,6\%$, $E_y = 486$ mégatonnes et $E_x = x$ mégatonnes.

(2011)

(2010)

D'après le cours, nous avons: $E_y = (1 - a) \times E_x$

$$\Leftrightarrow E_x = \frac{E_y}{(1 - a)}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{486}{(1 - 5,6\%)}$$

$$\Rightarrow x \approx 514,8 \text{ mégatonnes.}$$

Au total, le nombre de mégatonnes en équivalent CO_2 émises par la France est d'environ: 514,8.

Partie B: Étude des émissions de gaz à effet de serre

1. Calculons U_0 et U_1 :

- Il s'agit de calculer U_0 .

$U_0 = 41$ milliers de tonnes de CO_2 , d'après l'énoncé.

Ainsi, le nombre de milliers de tonnes de CO_2 émis dans cette zone au cours de l'année 2005 est de: 41.

- Il s'agit de calculer U_1 .

$$U_1 = (1 - 2\%) U_0 + 0,2 \Leftrightarrow U_1 = 0,98 \times 41 + 0,2$$

$$\Rightarrow U_1 = 40,38 \text{ milliers de tonnes de } \text{CO}_2.$$

Ainsi, le nombre de milliers de tonnes de CO_2 émis dans cette zone au cours de l'année 2006 est de: 40,38.

2. Montrons que, pour tout entier naturel n , on a: $U_{n+1} = 0,98 \times U_n + 0,2$:

- D'après l'énoncé, le nombre de milliers de tonnes de CO_2 émis dans cette zone en 2005 est de 41.

D'où: $U_0 = 41$ milliers de tonnes de CO_2 .

- De plus, chaque année, il y a une réduction des émissions de 2% et les nouvelles entreprises génèrent 200 tonnes supplémentaires de GES en équivalent CO_2 .

Soient:

- U_{n+1} , le nombre de milliers de tonnes de CO_2 émis dans cette zone au cours de l'année $(2005 + (n + 1))$,
- U_n , le nombre de milliers de tonnes de CO_2 émis dans cette zone au cours de l'année $(2005 + (n))$.

Pour tout entier naturel n , le nombre de milliers de tonnes de CO_2 émis U_{n+1} est égal à celui U_n diminué de 2% et augmenté de 200 tonnes de GES (soit 0,2 milliers de tonnes).

Pour tout entier naturel n :

$$U_{n+1} = U_n - 2\% U_n + 0,2 \Rightarrow U_{n+1} = 0,98 U_n + 0,2.$$

3. a. Montrons que (V_n) est une suite géométrique de raison 0,98 et précisons V_0 :

$$V_n = U_n - 10 \Leftrightarrow V_{n+1} = U_{n+1} - 10$$

$$\Leftrightarrow V_{n+1} = (0,98 U_n + 0,2) - 10 \quad (1).$$

Or: $V_0 = U_0 - 10 \Rightarrow V_0 = 31$ et $U_n = V_n + 10$.

Ainsi: (1) $\Leftrightarrow V_{n+1} = (0,98[V_n + 10] + 0,2) - 10$

$$\Rightarrow V_{n+1} = 0,98 V_n.$$

Par conséquent, (V_n) est bien une suite géométrique de raison $q = 0,98$ et de premier terme $V_0 = 31$.

3. b. Exprimons V_n en fonction de n , pour tout entier naturel n :

Comme $V_{n+1} = 0,98 V_n$, d'après le cours nous pouvons affirmer que:

$$V_n = V_0 \times (0,98)^n, \text{ avec: } V_0 = 31.$$

3. c. Déduisons que, pour tout entier naturel n , $U_n = 31 \times (0,98)^n + 10$:

Nous savons que: * $V_n = 31 \times (0,98)^n$

* $U_n = V_n + 10$.

D'où: $U_n = 31 \times (0,98)^n + 10$.

4. a. Calculons la limite de la suite (U_n) :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} 31 \times (0,98)^n + 10$$

$$= 10 \text{ car: } \lim_{n \rightarrow +\infty} (0,98)^n = 0, \text{ car: } 0,98 \in]0, 1[.$$

La suite (U_n) est donc convergente et converge vers 10 milliers de tonnes de CO_2 .

4. b. Interprétation:

Cela signifie qu'au bout de n années (" n " très grand), dans la zone industrielle choisie, il y aura plus que 10 milliers de tonnes d'émissions de GES.

Et ce chiffre sera stable à long terme.

5. a. Recopions et complétons les lignes L_7 et L_9 de l'algorithme:

Les lignes L_7 et L_9 complétées sont les suivantes:

- L_7 : **Tant que $U > 20,5$ faire**
- L_9 : **U prend la valeur $0,98 \times U + 0,2$**

5. b. Interprétons ce résultat:

Cela signifie qu'il faut 54 ans, après 2005, soit attendre 2059 pour voir réduite de moitié les émissions de GES, dans cette zone industrielle.