

EXERCICE 2

[Liban 2016]

Partie A: Un centre de loisirs

1. Donnons les probabilités $P(C)$, $P(L)$, $P(T)$ et $P_C(T)$:

D'après l'énoncé, nous avons:

- C = " le jeune est un collégien ".
- L = " le jeune est un lycéen ".
- T = " le jeune possède un téléphone mobile ".

- $P(C) = 60\%$
- $P(L) = 40\%$
($60\% + 40\% = 1$).

- $P(T) = 80\%$
- $P(\bar{T}) = 20\%$
($80\% + 20\% = 1$).

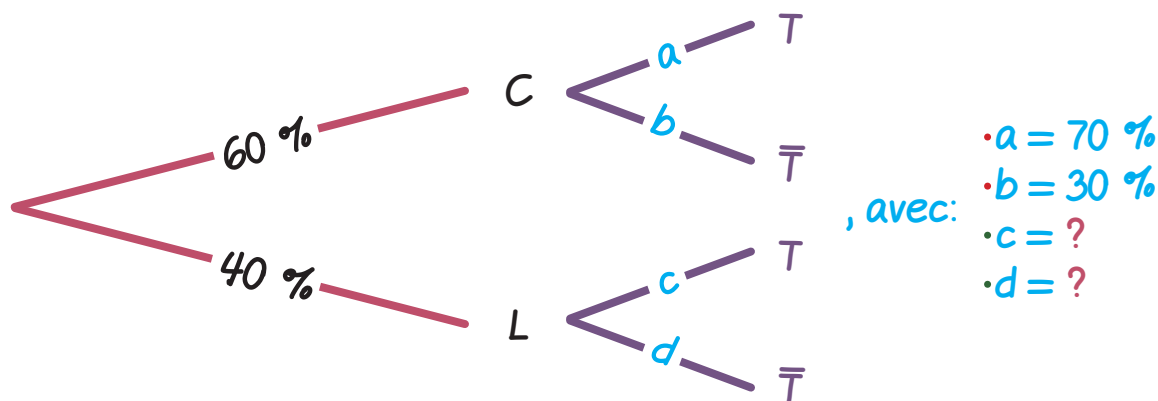
- $P_C(T) = 70\%$
- $P_C(\bar{T}) = 30\%$
($70\% + 30\% = 1$).

Dans ces conditions, les probabilités demandées sont:

$$P(C) = 60\%, P(L) = 40\%, P(T) = 80\% \text{ et } P_C(T) = 70\%.$$

2. Représentons la situation par un arbre de probabilités:

L'arbre de probabilités est le suivant:



3. Calculons la probabilité que le jeune choisi soit un collégien possédant un téléphone portable:

Cela revient à calculer: $P(C \cap T)$.

$$P(C \cap T) = P_C(T) \times P(C).$$

$$\text{Ainsi: } P(C \cap T) = 70\% \times 60\% \Rightarrow P(C \cap T) = 42\%.$$

Au total, il y a 42% de chance pour que le jeune soit un collégien et qu'il possède un téléphone portable.

4. Calculons $P_T(C)$:

$$P_T(C) = \frac{P(C \cap T)}{P(T)}.$$

$$\text{Ainsi: } P_T(C) = \frac{42\%}{80\%} \Rightarrow P_T(C) = 52.5\%.$$

Au total, il y a 52.5% de chance pour que le jeune choisi soit un collégien sachant qu'il possède un téléphone portable.

5. a. Calculons $P(T \cap L)$ et déduisons-en $P_L(T)$:

- L'événement $T = (T \cap C) \cup (T \cap L)$.

$$\text{D'où: } P(T) = P(T \cap C) + P(T \cap L)$$

$$\Rightarrow P(T \cap L) = P(T) - P(T \cap C).$$

$$\text{Ainsi: } P(T \cap L) = 80\% - 42\% \Rightarrow P(T \cap L) = 38\%.$$

- Or: $P_L(T) = \frac{P(T \cap L)}{P(L)}$.

$$\text{Ainsi: } P_L(T) = \frac{38\%}{40\%} \Rightarrow P_L(T) = 95\%.$$

Les probabilités demandées sont donc: $P(T \cap L) = 38\%$ et $P_L(T) = 95\%$.

5. b. Complétons l'arbre:

L'arbre de probabilités est complet avec: $c = 95\%$ et $d = 5\%$.



freemaths.fr

EXERCICE 2

[Liban 2016]

Partie B: L'Arcep

1. Calculons la probabilité qu'un adolescent envoie entre 2 000 et 3 000 SMS par mois:

D'après l'énoncé, nous savons que:

- X est la variable aléatoire qui correspond au nombre de SMS envoyés par un adolescent en 1 mois.
- X suit la loi normale d'espérance $\mu = 2500$ et d'écart type $\sigma = 650$.
- T suit la loi normale centrée réduite.

Il s'agit de calculer: $P(2000 \leq X \leq 3000)$.

A l'aide d'une machine à calculer, on trouve:

$$P(2000 \leq X \leq 3000) \approx 55,8\%$$

Au total, la probabilité qu'un adolescent envoie entre 2 000 et 3 000 SMS par mois est de: 55,8%.

2. Calculons $P(X \geq 4000)$:

$$\begin{aligned} P(X \geq 4000) &= P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \geq \frac{4000 - 2500}{650}\right) \\ &= P(T \geq 2,3) \end{aligned}$$

$$= 1 - P(T \leq 2,3).$$

A l'aide d'une machine à calculer, on trouve: $P(X \geq 4000) \approx 1,1\%$.

3. Déterminons la valeur de " a " sachant que $P(X \leq a) = 0,8$:

$$P(X \leq a) = 0,8 \Leftrightarrow P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \leq \frac{a - 2500}{650}\right) = 0,8$$

$$\Leftrightarrow P\left(T \leq \frac{a - 2500}{650}\right) = 0,8.$$

A l'aide d'une machine à calculer, on trouve:

$$\frac{a - 2500}{650} \approx 0,8416 \Rightarrow a \approx 3047.$$

Au total, la valeur recherchée pour " a " est d'environ: 3047 SMS.