

Corrigé

Exercice 2



freemaths.fr

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

Session 2018

MATHÉMATIQUES – Série ES

ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

SUJET

ÉPREUVE DU VENDREDI 4 MAI 2018

Durée de l'épreuve : 3 heures – coefficient : 7

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.

Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Le candidat s'assurera que le sujet est complet, qu'il correspond bien à sa série et à son choix d'enseignement (obligatoire ou spécialité).

Le sujet comporte 9 pages, y compris celle-ci.

EXERCICE 2 (5 points)

Les différentes parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

Les résultats numériques seront donnés, si nécessaire, sous forme approchée à 0,01 près.

Partie A

Un commerçant dispose dans sa boutique d'un terminal qui permet à ses clients, s'ils souhaitent régler leurs achats par carte bancaire, d'utiliser celle-ci en mode sans contact (quand le montant de la transaction est inférieur ou égal à 30 €) ou bien en mode code secret (quel que soit le montant de la transaction).

Il remarque que :

- 80 % de ses clients règlent des sommes inférieures ou égales à 30 €. Parmi eux :
 - 40 % paient en espèces ;
 - 40 % paient avec une carte bancaire en mode sans contact ;
 - les autres paient avec une carte bancaire en mode code secret.
- 20 % de ses clients règlent des sommes strictement supérieures à 30 €. Parmi eux :
 - 70 % paient avec une carte bancaire en mode code secret ;
 - les autres paient en espèces.

On interroge au hasard un client qui vient de régler un achat dans la boutique.

On considère les événements suivants :

- V : « pour son achat, le client a réglé un montant inférieur ou égal à 30 € » ;
- E : « pour son achat, le client a réglé en espèces » ;
- C : « pour son achat, le client a réglé avec sa carte bancaire en mode code secret » ;
- S : « pour son achat, le client a réglé avec sa carte bancaire en mode sans contact ».

1. a) Donner la probabilité de l'évènement V , notée $P(V)$, ainsi que la probabilité de S sachant V notée $P_V(S)$.
b) Traduire la situation de l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré.
2. a) Calculer la probabilité que pour son achat, le client ait réglé un montant inférieur ou égal à 30 € et qu'il ait utilisé sa carte bancaire en mode sans contact.

- b) Montrer que la probabilité de l'évènement : « pour son achat, le client a réglé avec sa carte bancaire en utilisant l'un des deux modes » est égale à 0,62.

Partie B

On note X la variable aléatoire qui prend pour valeur la dépense en euros d'un client suite à un achat chez ce commerçant.

On admet que X suit la loi normale de moyenne 27,5 et d'écart-type 3.

On interroge au hasard un client qui vient d'effectuer un achat dans la boutique.

1. Calculer la probabilité que ce client ait dépensé moins de 30 €.
2. Calculer la probabilité que ce client ait dépensé entre 24,5 € et 30,5 €.

Partie C

Une enquête de satisfaction a été réalisée auprès d'un échantillon de 200 clients de cette boutique.

Parmi eux, 175 trouvent que le dispositif sans contact du terminal est pratique.

Déterminer, avec un niveau de confiance de 0,95, l'intervalle de confiance de la proportion p de clients qui trouvent que le dispositif sans contact est pratique.

EXERCICE 2

[Inde, Pondichéry 2018]

Partie A:

1. a. Donnons la probabilité de l'événement V ainsi que $P_V(S)$:

D'après l'énoncé, nous avons:

- $V =$ " le client a réglé un montant ≤ 30 € ".
 - $\bar{V} =$ " le client a réglé un montant > 30 € ".
 - $E =$ " le client a réglé en espèces ".
 - $C =$ " le client a réglé avec sa CB en mode code secret ".
 - $S =$ " le client a réglé avec sa CB en mode sans contact ".
-
- $P(V) = 80\%$
 - $P(\bar{V}) = 1 - 80\% = 20\%$.
-
- $P_V(E) = 40\%$
 - $P_V(S) = 40\%$
 - $P_V(C) = 1 - 40\% - 40\% = 20\%$.
-
- $P_{\bar{V}}(C) = 70\%$
 - $P_{\bar{V}}(E) = 1 - 70\% = 30\%$.

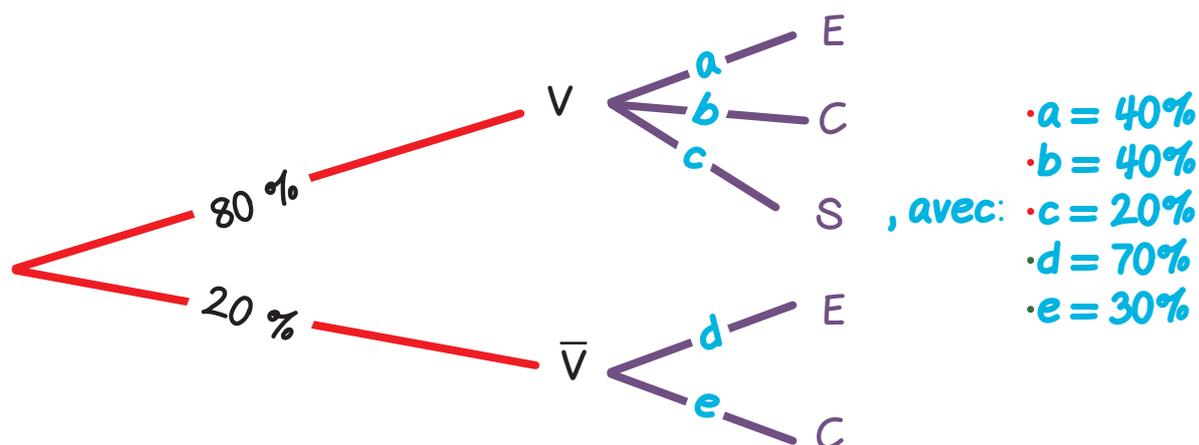
Ainsi nous pouvons affirmer que: $P(V) = 80\%$ et $P_V(S) = 40\%$.

Au total: • $P(V) = 80\%$ car 80% des clients règlent des sommes ≤ 30 €.

• $P_V(S) = 40\%$ car 40% de ces derniers paient avec une CB en mode sans contact.

1. b. Traduisons la situation par un arbre pondéré:

Nous avons l'arbre pondéré suivant:



2. a. Calculons $P(V \cap S)$:

Nous devons calculer: $P(V \cap S)$.

$$P(V \cap S) = P_V(S) \times P(V).$$

Ainsi: $P(V \cap S) = 40\% \times 80\%$ cad: $P(V \cap S) = 32\%$.

Au total, la probabilité que le client ait réglé un montant ≤ 30 € et qu'il ait utilisé sa CB en mode contact est de: 32%.

2. b. Montrons que $P(\text{"le client a réglé avec sa CB en utilisant l'un des deux modes"}) = 0,62$:

Soit l'événement $A = \text{"le client a réglé avec sa CB en utilisant l'un des deux modes"}$.

$P(A) = P(V \cap C) + P(V \cap S) + P(\bar{V} \cap C)$, d'après l'arbre.

D'où: $P(A) = P_V(C) \times P(V) + P_V(S) \times P(V) + P_{\bar{V}}(C) \times P(\bar{V})$.

Ainsi: $P(A) = 20\% \times 80\% + 40\% \times 80\% + 70\% \times 20\%$ cad: $P(A) = 62\%$.

Au total, nous avons bien: $P(A) = 0,62$.

Partie B:

1. Calculons la probabilité que ce client ait dépensé moins de 30 €:

D'après l'énoncé, nous savons que:

- X suit la loi normale d'espérance $\mu = 27,5$ € et d'écart type $\sigma = 3$ €.
- T suit la loi normale centrée réduite.

Ici, il s'agit de calculer: $P(X \leq 30)$.

A l'aide d'une machine à calculer, on trouve:

$P(X \leq 30) \approx 80\%$, à 10^{-2} près.

Au total, la probabilité que ce client ait dépensé moins de 30 € est de: 80%.

2. Calculons $P(24,5 \leq X \leq 30,5)$:

Il s'agit de calculer: $P(24,5 \leq X \leq 30,5)$.

Nous remarquons que: $24,5 = \mu - \sigma$ et $30,5 = \mu + \sigma$.

Or, d'après le cours: $P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) \approx 0,683$.

D'où: $P(24,5 \leq X \leq 30,5) \approx 0,683$.

Au total, la probabilité demandée est d'environ: 68,3%.

Partie C:

Déterminons, avec un niveau de confiance de 95%, un intervalle de confiance pour la population p :

D'après le cours, nous savons qu'un intervalle de confiance, au niveau de confiance 95%, nous est donné par la formule suivante:

$$I = \left[f - \frac{1}{\sqrt{n}}; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right],$$

avec ici: • $n = 200 \geq 30$,

• $f = \frac{175}{200} = 87,5\%$,

• $n \cdot f = 175 \geq 5$ et $n \cdot (1 - f) = 25 \geq 5$.

D'où: $I = \left[87,5\% - \frac{1}{\sqrt{200}}; 87,5\% + \frac{1}{\sqrt{200}} \right] \Rightarrow I \approx [80,42\%; 94,57\%]$.

Au total, l'intervalle de confiance demandé est: $I \approx [80,42\%; 94,57\%]$.