Corrigé
Exercice 3

freemaths.fr

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SESSION 2016

MATHÉMATIQUES - Série ES
ENSEIGNEMENT OBLIGATOIRE

Durée de l'épreuve : 3 heures Coefficient : 5

MATHÉMATIQUES - Série L
ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Durée de l'épreuve : 3 heures Coefficient : 4

Les calculatrices électroniques de poche sont autorisées,
conformément à la réglementation en vigueur.

Le sujet est composé de 4 exercices indépendants. Le candidat doit traiter tous les exercices.
Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes.
Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.
Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies.

Avant de composer, le candidat s'assurera que le sujet comporte bien 9 pages
numérotées de 1/9 à 9/9 .

EXERCICE 3 (5 points)

Les parties A et B peuvent être traitées de manière indépendante.

Partie A

On dispose des renseignements suivants à propos du baccalauréat session 2015 :

- 49 % des inscrits ont passé un baccalauréat général, 20 % un baccalauréat technologique et les autres un baccalauréat professionnel ;
- 91,5 % des candidats au baccalauréat général ont été reçus ainsi que 90,6 % des candidats au baccalauréat technologique.

Source : DEPP (juillet 2015)

On choisit au hasard un candidat au baccalauréat de la session 2015 et on considère les évènements suivants :

- G : « Le candidat s'est présenté au baccalauréat général » ;
- T : « Le candidat s'est présenté au baccalauréat technologique » ;
- S : « Le candidat s'est présenté au baccalauréat professionnel » ;
- R : « Le candidat a été reçu ».

Pour tout évènement A, on note $P(A)$ sa probabilité et $\overline{A}$ son évènement contraire.
De plus, si B est un autre évènement, on note $P_B(A)$ la probabilité de A sachant B.

1. Préciser les probabilités $P(G)$, $P(T)$, $P_T(R)$ et $P_G(R)$.

2. Traduire la situation par un arbre pondéré. On indiquera les probabilités trouvées à la question précédente. Cet arbre pourra être complété par la suite.

3. Vérifier que la probabilité que le candidat choisi se soit présenté au baccalauréat technologique et l'ait obtenu est égale à 0,181 2 .

4. Le ministère de l'Éducation Nationale a annoncé un taux global de réussite pour cette session de 87,8 % pour l'ensemble des candidats présentant l'un des baccalauréats.

(a) Vérifier que la probabilité que le candidat choisi se soit présenté au baccalauréat professionnel et l'ait obtenu est égale à 0,248 45 .

(b) Sachant que le candidat s'est présenté au baccalauréat professionnel, déterminer la probabilité qu'il ait été reçu. On donnera une valeur approchée du résultat au millième.

Partie B

À l'issue des épreuves du baccalauréat, une étude est faite sur les notes obtenues par les candidats en mathématiques et en français.

On admet que la note de mathématiques peut être modélisée par une variable aléatoire X_M qui suit la loi normale de moyenne $12,5$ et d'écart-type $3,5$.

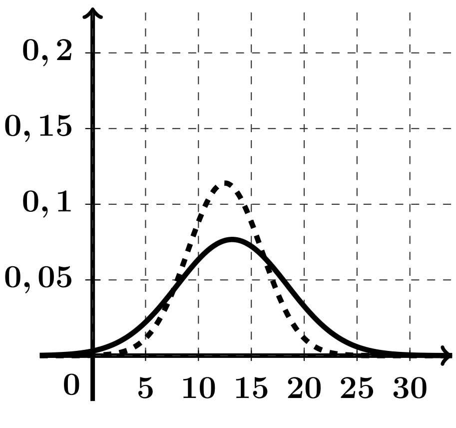
De même la note de français peut être modélisée par une variable aléatoire X_F qui suit la loi normale de moyenne $13,2$ et d'écart-type $2,1$.

1. Déterminer $P(9 \leqslant X_M \leqslant 16)$ en donnant le résultat arrondi au centième.

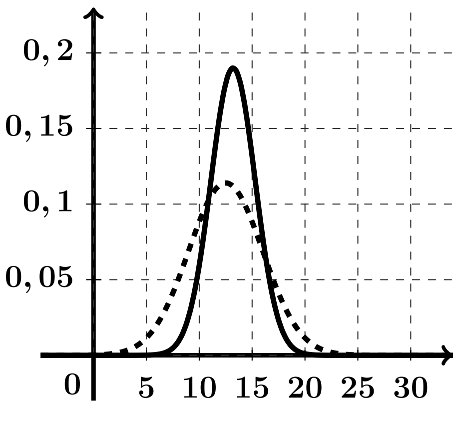
2. Sur les graphiques ci-dessous, on a représenté en pointillé la fonction densité associée à la variable aléatoire X_M.

La fonction densité associée à X_F est représentée sur un seul de ces graphiques.

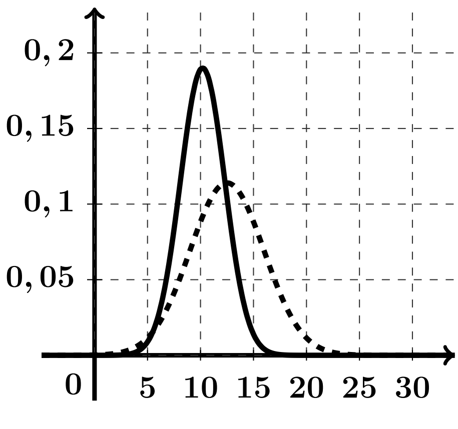
Quel est ce graphique ? Expliquer le choix.



Graphique 1



Graphique 2



Graphique 3

EXERCICE 3

[Inde, Pondichéry 2016]

Partie A: Le Baccalauréat 2015

1. Précisons les probabilités $P(G)$, $P(T)$, $P_T(R)$ et $P_G(R)$:

D'après l'énoncé, nous avons:

- G = " s'est présenté au bac Général ".
- T = " s'est présenté au bac Technologique ".
- S = " s'est présenté au bac Professionnel ".
- R = " le candidat a été reçu ".

- $P(G) = 49\%$
- $P(T) = 20\%$
- $P(S) = 31\%$

$(49\% + 20\% + 31\% = 1)$.

- $P_G(R) = 91.5\%$
- $P_G(\bar{R}) = 8.5\%$

$(91.5\% + 8.5\% = 1)$.

- $P_T(R) = 90.6\%$
- $P_T(\bar{R}) = 9.4\%$

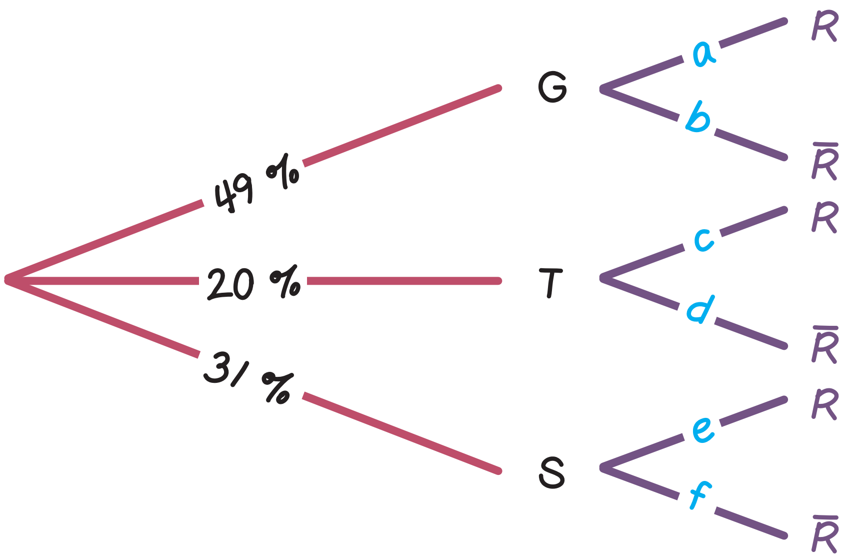
$(90.6\% + 9.4\% = 1)$.

Ainsi, les probabilités demandées sont:

- $P(G) = 49\%$
- $P(T) = 20\%$
- $P_T(R) = 90.6\%$
- $P_G(R) = 91.5\%$.

2. Traduisons la situation par un arbre pondéré:

La situation traduite par un arbre pondéré est la suivante:



, avec:
- $a = 91.5\%$
- $b = 8.5\%$
- $c = 90.6\%$
- $d = 9.4\%$
- $e = ?$
- $f = ?$

.

3. Calculons $P(T \cap R)$:

$P(T \cap R) = P_T(R) \times P(T) \iff P(T \cap R) = 90.6\% \times 20\%$

$\Rightarrow P(T \cap R) = 18.12\%$.

Au total, il y a 18.12% de chance pour que le candidat choisi se soit présenté au bac Technologique et l'ait obtenu.

4. a. Vérifions que $P(S \cap R) = 0.24845$:

$P(S \cap R) = P_S(R) \times P(S)$.

L'événement $R = (G \cap R) \cup (T \cap R) \cup (S \cap R)$.

D'où: $P(R) = P(G \cap R) + P(T \cap R) + P(S \cap R)$. (a)

Or, d'après le ministère de l'Éducation Nationale, nous avons: $P(R) = 87.8\%$.

Ainsi: (a) $\Leftrightarrow$ $87.8\% = (P_G(R) \times P(G)) + 18.12\% + P(S \cap R)$. (b)

D'où: (b) $\Rightarrow$ $P(S \cap R) = 87.8\% - (91.5\% \times 49\%) - 18.12\%$

$\Rightarrow$ $P(S \cap R) = 0.24845$.

Au total, la probabilité que le candidat choisi se soit présenté au bac Professionnel et l'ait obtenu est bien égale à: 0.24845.

4. b. Calculons $P_S(R)$:

Comme dit à la question précédente: $P(S \cap R) = P_S(R) \times P(S)$.

D'où: $P_S(R) = \dfrac{P(S \cap R)}{P(S)}$ $\Rightarrow$ $P_S(R) = 80.1\%$.

La probabilité demandée est donc: $P_S(R) = 80.1\%$.

Et nous pouvons compléter l'arbre pondéré avec: $e = 80.1\%$ et $f = 19.9\%$.

EXERCICE 3

[Inde, Pondichéry 2016]

Partie B: Les notes obtenues

1. Déterminons $P(9 \leqslant X_M \leqslant 16)$:

D'après l'énoncé, nous savons que:

- $X_M \rightsquigarrow N(\mu_M = 12,5\ ;\ \sigma_M^2 = (3,5)^2)$.
- $X_F \rightsquigarrow N(\mu_F = 13,2\ ;\ \sigma_F^2 = (2,1)^2)$.

Il s'agit de calculer: $P(9 \leqslant X_M \leqslant 16)$.

Nous remarquons que: $9 = \mu_M - \sigma_M$ et $16 = \mu_M + \sigma_M$.

Or, d'après le cours: $P(\mu - \sigma \leqslant X \leqslant \mu + \sigma) \approx 0,683$.

D'où: $P(9 \leqslant X_M \leqslant 16) \approx 0,683$.

Au total, la probabilité demandée est de: 68,3%.

2. Déterminons le graphique qui représente la fonction de densité de X_F:

Nous retiendrons le graphique: N° 2.

En effet, sur ce graphique: $E(X_F) > E(X_M)$ ce qui vérifie les données de l'exercice à savoir que:

$$E(X_F) = \mu_F = 13,2,$$

$$E(X_M) = \mu_M = 12,5.$$