EXERCICE 1

[Inde 2015]

Partie A: Ordinateurs portables

D'après l'énoncé, nous avons:

- B = " la batterie a un problème ".
- D = " le disque dur a un problème ".

- $P(B) = 5\%$
- $P(\overline{B}) = 95\%$

$(5\% + 95\% = 1)$.

- $P_B(D) = 2\%$
- $P_B(\overline{D}) = 98\%$

$(2\% + 98\% = 1)$.

- $P_{\overline{B}}(D) = 5\%$
- $P_{\overline{B}}(\overline{D}) = 95\%$

$(5\% + 95\% = 1)$.

Proposition 1:

Cela revient à calculer: $P(\overline{B} \cap \overline{D})$.

$P(\overline{B} \cap \overline{D}) = P_{\overline{B}}(\overline{D}) \times P(\overline{B})$.

Ainsi: $P(\overline{B} \cap \overline{D}) = 95\% \times 95\%$ => $P(\overline{B} \cap \overline{D}) = 90.25\%$.

Comme 90. 25% ≠ 8%, la proposition 1 est: fausse.

Proposition 2:

Cela revient à calculer: $P(D)$.

L'évènement $D = (D \cap B) \cup (D \cap \bar{B})$.

D'où: $P(D) = P(D \cap B) + P(D \cap \bar{B})$

$$= P_B(D) \times P(B) + P_{\bar{B}}(D) \times P(\bar{B}).$$

Ainsi: $P(D) = 2\% \times 5\% + 5\% \times 95\% \Rightarrow P(D) = 4.85\%$.

Comme $P(D) = 0.0485$, la proposition 2 est: vraie.

Proposition 3:

Cela revient à calculer: $P_D(B)$.

$$P_D(B) = \frac{P(D \cap B)}{P(D)}$$

$$= \frac{P_B(D) \times P(B)}{P(D)}.$$

Ainsi: $P_D(B) = \dfrac{2\% \times 5\%}{4.85\%} \Rightarrow P_D(B) \approx 2.06\%$.

Comme $P_D(B) > 2\%$, la proposition 3 est: fausse.

EXERCICE 1

[Inde 2015]

Partie B: Autonomie de la batterie

Proposition 4:

D'après l'énoncé, nous savons que:

- X suit la loi normale d'espérance $\mu = 8$ et d'écart type $\sigma = 2$.
- T suit la loi normale centrée réduite.

Il s'agit de calculer: $P(X \geqslant 10)$.

$$P(X \geqslant 10) = P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \geqslant \frac{10 - 8}{2}\right)$$

$$= P(T \geqslant 1)$$

$$= 1 - P(T \leqslant 1).$$

A l'aide d'une machine à calculer, on trouve:

$$P(X \geqslant 10) \approx 16\%.$$

Comme 16% < 20%, la proposition 4 est: vraie.

Partie C: Clés USB

Proposition 5:

Un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95% s'écrit:

$$I = \left[p - 1,96 \times \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} ; p + 1,96 \times \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right].$$

A l'aide d'une machine à calculer, on trouve:

$$I = \left[98\% - 1,96 \times \sqrt{\frac{98\% \times 2\%}{1000}} ; 98\% + 1,96 \times \sqrt{\frac{98\% \times 2\%}{1000}} \right],$$

cad: $I \approx [\,97\% ; 99\%\,]$.

Or: $f = 95\% \notin I$.

Comme $f = 95\% \notin I$, la proposition 5 est: fausse.