Corrigé

Exercice 1

freemaths.fr

OBJECTIF :

20/20 EN MATHS,
AU BACCALAURÉAT.

• ÉDITION 2020 •

☛ www.freemaths.fr

EXERCICE 1

[France Métropolitaine 2019]

1. L'affirmation 1 est: **Fausse**.

En effet, ici il s'agit de calculer: $P_S(\overline{R})$.

Or: $P_S(\overline{R}) = \dfrac{P(\overline{R} \cap S)}{P(S)}$ cad: $P_S(\overline{R}) = \dfrac{P_{\overline{R}}(S) \times P(\overline{R})}{P(S)}$.

Et: $P(S) = P(S \cap R) + P(S \cap \overline{R})$, d'après l'arbre

$= P_R(S) \times P(R) + P_{\overline{R}}(S) \times P(\overline{R})$.

D'où: $P_S(\overline{R}) = \dfrac{P_{\overline{R}}(S) \times P(\overline{R})}{P_R(S) \times P(R) + P_{\overline{R}}(S) \times P(\overline{R})}$

$= \dfrac{0,2 \times 0,3}{0,4 \times 0,7 + 0,2 \times 0,3}$

$= \dfrac{0,06}{0,34}$.

Ainsi: comme $\dfrac{0,06}{0,34} \neq 0,06$, l'affirmation 1 est fausse.

2. L'affirmation 2 est: **Fausse**.

En effet, ici: X suit une loi uniforme sur $[k; 18]$.

Dans ces conditions, d'après le cours: $E(X) = \dfrac{k+18}{2}$.

Freemaths : Tous droits réservés

Or dans l'énoncé, il est dit que: $E(X) = 12$.

D'où, en égalisant: $\frac{k + 18}{2} = 12 \iff k + 18 = 24$ cad: $k = 6$.

Ainsi: $k = 6 \neq 8$, l'affirmation 2 est donc fausse.

3. L'affirmation 3 est: Vraie.

Soit l'équation: $\ln(x^2) - \ln\left(\frac{x^5}{e}\right) + \ln(2) = \ln(2x) + 5$ (1).

(1) $\iff 2\ln(x) - 5\ln(x) + \ln(e) + \ln(2) = \ln(2) + \ln(x) + 5$

$\left(\ln(x^n) = n\ln(x), \ln(x \times y) = \ln(x) + \ln(y), -\ln(x) = \ln\left(\frac{1}{x}\right)\right)$

$\iff 4\ln(x) + 4 = 0$ cad: $x = e^{-1}$.

Ainsi: $x = e^{-1} = \frac{1}{e}$, l'affirmation 3 est donc vraie.

4. a. L'affirmation 4 est: Fausse.

D'après le cours, nous savons que lorsque la tangente à la courbe en un point $A(x_A ; y_A)$ est parallèle à l'axe des abscisses: son coefficient directeur est nul cad: $f'(x_A) = 0$.

Or ici:
- quand $x \in [0 ; 5]$, la dérivée f' s'annule une fois,
- quand $x \in [5 ; 15]$, la dérivée f' s'annule une autre fois.

Donc la courbe représentative de f admet deux tangentes parallèles à l'axe des abscisses.

Freemaths : Tous droits réservés

Ainsi: non, la courbe représentative de f n'admet pas une et une seule tangente parallèle à l'axe des abscisses et donc l'affirmation **4** est **fausse**.

4. b. **L'affirmation 5 est**: **Vraie**.

En effet, f est convexe sur un intervalle I ssi: **pour tout $x \in I$, $f''(x) \geqslant 0$.**

$f''(x) \geqslant 0$ sur un intervalle I signifie que **f' est croissante sur cet intervalle I.**

Or ici, d'après le graphique: f' est croissante sur l'intervalle $[5 ; 15]$, et donc nous pouvons affirmer que **f est bien convexe sur $[5 ; 15]$.**

Ainsi: oui, f est convexe sur $[5 ; 15]$ et donc l'affirmation **5** est **vraie**.

Freemaths : Tous droits réservés