# Corrigé

# Exercice 1

freemaths.fr

# BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

## Session 2017

---

## MATHÉMATIQUES – Série ES

## ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

---

# SUJET

## EPREUVE DU MERCREDI 21 JUIN 2017

**Durée de l'épreuve : 3 heures – coefficient : 7**

**L'usage de la calculatrice est autorisé.**

**Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.**
**Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.**

**Le candidat s'assurera que le sujet est complet, qu'il correspond bien à sa série et à son choix d'enseignement (obligatoire ou spécialité).**

**Le sujet comporte 7 pages, y compris celle-ci.**

## Exercice 1 (6 points)

*Commun à tous les candidats*

Dans cet exercice, tous les résultats seront arrondis au millième près.

**1.** Un supermarché dispose de plusieurs caisses. Un client qui se présente à une caisse doit attendre un certain temps $T_1$ avant d'être pris en charge par le caissier. On considère que ce temps d'attente $T_1$, exprimé en minute, est une variable aléatoire qui suit la loi uniforme sur l'intervalle [0 ; 12].

**a.** Quelle est la probabilité qu'un client attende au moins 5 minutes avant d'être pris en charge ?

**b.** Quel est le temps moyen d'attente à une caisse ?

**2.** Le gérant du magasin décide de mettre à disposition des clients des caisses automatiques, de façon à réduire le temps d'attente pour les clients ayant un panier contenant peu d'articles.
Le temps d'attente $T_2$, exprimé en minute, à chacune de ces caisses automatiques est modélisé par une variable aléatoire qui suit la loi normale de moyenne 5 et d'écart type 1,5.
Calculer la probabilité que le temps d'attente à une caisse automatique soit compris entre 0,75 minute et 6 minutes.

**3.** Ces caisses automatiques tombent souvent en panne. On donne les informations suivantes.

- Le nombre de caisses automatiques est $n = 10$.
- La probabilité qu'une caisse automatique tombe en panne pendant une journée donnée est $p = 0{,}1$.
- Une panne constatée sur une caisse automatique n'influence pas les autres caisses automatiques.

Soit $X$ la variable aléatoire correspondant au nombre de caisses automatiques qui tombent en panne pendant une journée donnée.

**a.** Quelle est la loi de probabilité suivie par $X$ ? Préciser ses paramètres.

**b.** Calculer la probabilité pour qu'aucune caisse automatique ne tombe en panne pendant une journée donnée.

**4.** Sur la devanture de son magasin, le gérant du supermarché affiche :
« Plus de 90% des clients de notre magasin sont satisfaits par la mise en place de nos caisses automatiques. »
Une association de consommateurs souhaite examiner cette affirmation. Pour cela, elle réalise un sondage : 860 clients sont interrogés, et 763 d'entre eux se disent satisfaits par la mise en place de ces caisses automatiques.
Cela remet-il en question l'affirmation du gérant ?

# EXERCICE 1

## [ France Métropolitaine 2017 ]

**1. a. Déterminons la probabilité qu'un client attende au moins 5 minutes avant d'être pris en charge:**

D'après l'énoncé, nous savons que:

- $T_1$ suit une loi uniforme sur l'intervalle $[0; 12]$.

Dans ces conditions:

- $f(t) = \begin{cases} \frac{1}{12} & \text{si } t \in [0; 12] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$.
- $E(T_1) = \frac{0 + 12}{2}$.
- $P(a \leqslant T_1 \leqslant b) = \left[\frac{t}{12}\right]_a^b$.

Il s'agit de calculer: $P(T_1 \geqslant 5)$.

$P(T_1 \geqslant 5) = P(5 \leqslant T_1 \leqslant 12) \Rightarrow P(T_1 \geqslant 5) = \left[\frac{t}{12}\right]_5^{12}$.

D'où: $P(T_1 \geqslant 5) = \frac{12 - 5}{12}$ cad $P(T_1 \geqslant 5) \approx 0,583$.

Au total, la probabilité qu'un client attende au moins 5 minutes avant d'être pris en charge est d'environ: 58,3%.

**1. b. Déterminons le temps moyen d'attente à une caisse automatique:**

Déterminer le temps moyen d'attente à une caisse automatique revient à calculer l'espérance mathématique $E(T_1)$.

$$E(T_1) = \frac{0 + 12}{2} \Rightarrow E(T_1) = 6 \text{ minutes.}$$

Au total, le temps moyen d'attente à une caisse automatique est de: 6 minutes.

**2. Calculons la probabilité que le temps d'attente à une caisse automatique soit compris entre 0, 75 minute et 6 minutes:**

D'après l'énoncé, nous savons que:

- $T_2$ suit la loi normale d'espérance $\mu = 5$ et d'écart type $\sigma = 1,5$.

Il s'agit de calculer: $P(0,75 \leqslant T_2 \leqslant 6)$.

A l'aide d'une machine à calculer, on trouve:

$$P(0,75 \leqslant T_2 \leqslant 6) \approx 0,745.$$

Au total, la probabilité que le temps d'attente à une caisse automatique soit compris entre 0, 75 et 6 minutes est d'environ: 74, 5%.

**3. a. Déterminons la loi de probabilité suivie par X ainsi que ses paramètres:**

La variable aléatoire discrète X, représentant le nombre de caisses automatiques qui tombent en panne pendant une journée donnée, suit une loi binômiale de paramètres: $n = 10$ et $p = 10\%$.

Et nous pouvons noter: $X \rightsquigarrow B(10; 10\%)$.

En fait, on répète 10 fois un schéma de Bernoulli.

**3. b. Calculons $P(X=0)$:**

$$P(X=0) = \binom{10}{0} (10\%)^0 (90\%)^{10}$$

$$\Rightarrow P(X=0) \approx 0,349.$$

(à l'aide d'une machine à calculer)

Au total: $P(X=0) \approx 34,9\%$.

**4. Cela remet-il en cause l'affirmation du gérant ?**

Ici, nous avons:
- $n = 860$
- $p = 0,9$
- $f = \frac{763}{860} \Rightarrow f \approx 0,887$ cad $f \approx 88,7\%$.

Dans ces conditions:

$n = 860 \geqslant 30$, $n \cdot p = 774 \geqslant 5$ et $n \cdot (1-p) = 86 \geqslant 5$.

Les conditions sont donc réunies.

On choisit un échantillon aléatoire de 860 clients parmi tous les clients.

Un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95% s'écrit:

$$I = \left[ p - 1,96 \times \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} ; p + 1,96 \times \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right],$$

cad: $$I = \left[ 0,9 - 1,96 \times \sqrt{\frac{0,9 \times 0,1}{860}} ; 0,9 + 1,96 \times \sqrt{\frac{0,9 \times 0,1}{860}} \right].$$

A l'aide d'une machine à calculer, on trouve: $I \approx [0,88 ; 0,92]$.

Or la fréquence de clients satisfaits " $f$ ", sur l'échantillon, est telle que:

$$f \approx 88,7\ \% \in I.$$

Ainsi, cela ne remet pas en cause l'affirmation du gérant.