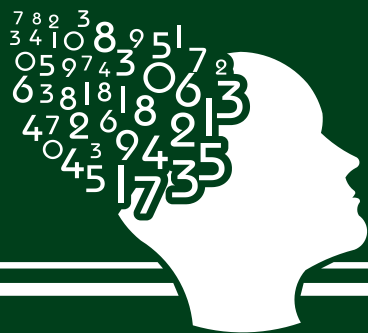


Corrigé

Exercice 2



freemaths.fr

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

Session 2017

MATHÉMATIQUES – Série ES

ENSEIGNEMENT OBLIGATOIRE

Durée de l'épreuve : 3 heures – coefficient : 5

MATHÉMATIQUES – Série L

ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Durée de l'épreuve : 3 heures – coefficient : 4

SUJET

EPREUVE DU MERCREDI 21 JUIN 2017

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.

Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Le candidat s'assurera que le sujet est complet, qu'il correspond bien à sa série et à son choix d'enseignement (obligatoire ou spécialité).

Le sujet comporte 7 pages, y compris celle-ci.

France Métropolitaine 2017 - freemaths.fr
Bac - Maths - 2017 - Série ES

Exercice 2 (5 points)

Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

Au 1^{er} janvier 2017, une association sportive compte 900 adhérents. On constate que chaque mois :

- 25% des adhérents de l'association ne renouvellent pas leur adhésion ;
- 12 nouvelles personnes décident d'adhérer à l'association.

PARTIE A

On modélise le nombre d'adhérents de l'association par la suite (u_n) telle que $u_0 = 900$ et, pour tout entier naturel n ,

$$u_{n+1} = 0,75u_n + 12.$$

Le terme u_n donne ainsi une estimation du nombre d'adhérents de l'association au bout de n mois.

1. Déterminer une estimation du nombre d'adhérents au 1^{er} mars 2017.
2. On définit la suite (v_n) par $v_n = u_n - 48$ pour tout entier naturel n .
 - a. Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison 0,75.
 - b. Préciser v_0 et exprimer v_n en fonction de n .
 - c. En déduire que, pour tout entier naturel n ,

$$u_n = 852 \times 0,75^n + 48.$$

3. La présidente de l'association déclare qu'elle démissionnera si le nombre d'adhérents devient inférieur à 100. Si on fait l'hypothèse que l'évolution du nombre d'adhérents se poursuit de la même façon, faudra-t-il que la présidente démissionne ? Si oui, au bout de combien de mois ?

PARTIE B

Chaque adhérent verse une cotisation de 10 euros par mois. Le trésorier de l'association souhaite prévoir le montant total des cotisations pour l'année 2017.

Le trésorier souhaite utiliser l'algorithme suivant dans lequel la septième et la dernière ligne sont restées incomplètes (pointillés).

1. Recopier et compléter l'algorithme de façon qu'il affiche le montant total des cotisations de l'année 2017.

Variables	S est un nombre réel N est un entier U est un nombre réel
Initialisation	S prend la valeur 0 U prend la valeur 900
	Pour N allant de 1 à 12 : Affecter à S la valeur Affecter à U la valeur $0,75U+12$ Fin pour
Sortie

2. Quelle est la somme totale des cotisations perçues par l'association pendant l'année 2017 ?

EXERCICE 2

[France Métropolitaine 2017]

Partie A:

1. Déterminons une estimation du nombre d'adhérents au 1^{er} mars 2017:

Il s'agit de calculer U_2 .

$$U_2 = (1 - 25\%) U_1 + 12.$$

$$\text{Or: } U_1 = (1 - 25\%) U_0 + 12 \iff U_1 = 0,75 \times 900 + 12$$

$$\implies U_1 = 687 \text{ adhérents.}$$

$$\text{Dans ces conditions: } U_2 = 0,75 \times 687 + 12 \implies U_2 \approx 527 \text{ adhérents.}$$

Ainsi, le nombre d'adhérents de l'association à la date du 1^{er} mars 2017 est de:

527.

2. a. Montrons que (V_n) est une suite géométrique de raison 0,75:

$$V_n = U_n - 48 \iff V_{n+1} = U_{n+1} - 48$$

$$\iff V_{n+1} = (0,75 U_n + 12) - 48 \quad (1).$$

$$\text{Or: } V_0 = U_0 - 48 \implies V_0 = 852 \text{ et } U_n = V_n + 48.$$

$$\text{Ainsi: } (1) \iff V_{n+1} = (0,75 [V_n + 48] + 12) - 48$$

$$\implies V_{n+1} = 0,75 V_n.$$

Par conséquent, (V_n) est bien une suite géométrique de raison $q = 0,75$ et de premier terme $V_0 = 852$.

2. b. Précisons V_0 et exprimons V_n en fonction de n :

D'après la question précédente: $V_0 = 852$ adhérents.

Comme $V_{n+1} = 0,75 V_n$, d'après le cours nous pouvons affirmer que:

$$V_n = V_0 \times (0,75)^n, \text{ avec: } V_0 = 852.$$

2. c. Déduisons-en que, pour tout entier naturel n , $U_n = 852 \times 0,75^n + 48$:

Nous savons que: * $V_n = 852 \times (0,75)^n$

$$* U_n = V_n + 48.$$

D'où: $U_n = 852 \times 0,75^n + 48$.

3. Déterminons au bout de combien de mois, la présidente démissionnera:

La présidente de l'association démissionnera si le nombre d'adhérents devient inférieur à 100 cad ssi: $U_n < 100$.

Il s'agit donc de déterminer " n " tel que: $U_n < 100$.

$$U_n < 100 \iff 852 \times 0,75^n + 48 < 100$$

$$\iff 852 \times 0,75^n < 52$$

$$\iff 0,75^n < 0,061$$

$$\iff n \ln(0,75) < n \ln(0,061)$$

$$\iff n > \frac{\ln(0,061)}{\ln(0,75)}, \text{ car: } 0,75 \in]0,1[, \text{ et donc: } \ln(0,75) < 0$$

$$\implies n > 9,72.$$

$\Rightarrow n \geq 10$ car n est un entier naturel.

Ainsi, 10 mois après le 1^{er} janvier 2017, le nombre d'adhérents deviendra inférieur à 100.

En d'autres termes, le 1^{er} novembre 2017, le nombre d'adhérents deviendra inférieur à 100.

Donc oui, la présidente démissionnera le 1^{er} novembre 2017.

Partie B:

1. Recopions et complétons l'algorithme de façon qu'il affiche le montant total des cotisations de 2017:

L'algorithme complété est le suivant:

Variables:	...
	...
	...
Initialisation:	...
	...
Traitement:	Pour N allant de 1 à 12:
	Affecter à S la valeur $S + U \times 10$
	Affecter à U la valeur $0,75 U + 12$
	Fin pour
Sortie:	S

2. Déterminons la somme totale des cotisations perçues par l'association pendant l'année 2017:

Soit S , la somme totale des cotisations perçues par l'association pendant l'année 2017.

$$S = (U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_{10} + U_{11}) \times 10 \text{ €}.$$

$$\text{Or: } U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_{10} + U_{11} = 852 (1 + 0,75 + (0,75)^2 + \dots + (0,75)^{10} + (0,75)^{11}) + 12 \times 48.$$

$$\begin{aligned} \text{Et, d'après le cours: } & (1 + 0,75 + (0,75)^2 + \dots + (0,75)^{10} + (0,75)^{11}) \\ &= \frac{1 - (0,75)^{12}}{1 - 0,75}. \end{aligned}$$

$$\text{Dans ces conditions: } S = \left(852 \left[\frac{1 - (0,75)^{12}}{0,25} \right] + 12 \times 48 \right) \times 10$$

$$\Rightarrow S = 38760,47 \text{ €}.$$

En conclusion, la somme totale des cotisations perçues par l'association pendant l'année 2017 est de: 38760,47 €.