Corrigé

Exercice 4

freemaths.fr

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

Session 2018

MATHÉMATIQUES – Série ES

ENSEIGNEMENT OBLIGATOIRE

Durée de l'épreuve : 3 heures – coefficient : 5

MATHÉMATIQUES – Série L

ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Durée de l'épreuve : 3 heures – coefficient : 4

SUJET

ÉPREUVE DU LUNDI 11 JUIN 2018

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.
Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Le candidat s'assurera que le sujet est complet, qu'il correspond bien à sa série et à son choix d'enseignement (obligatoire ou spécialité).

Le sujet comporte 6 pages, y compris celle-ci.

EXERCICE n°4 (6 points)

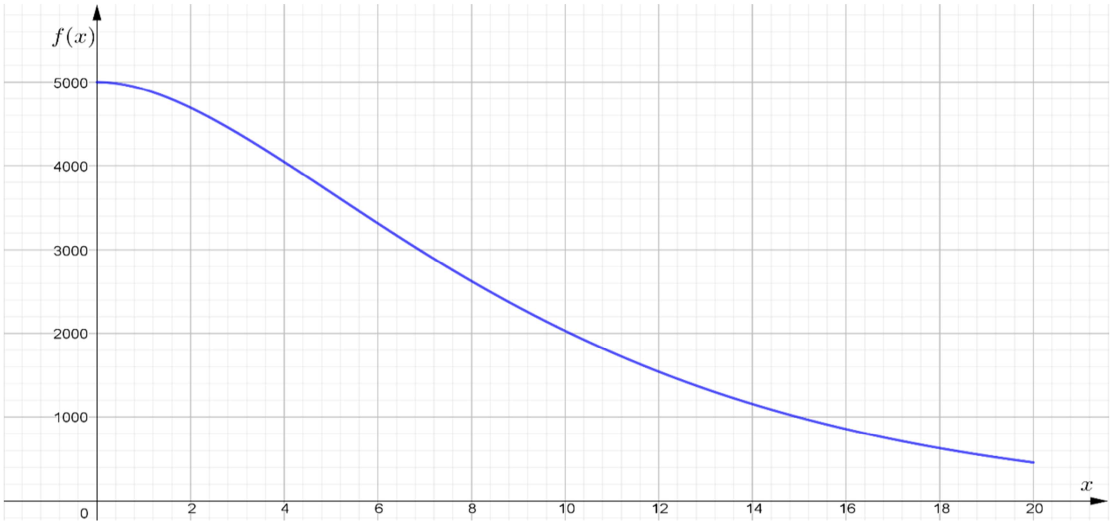
On considère la fonction dérivable f définie sur $I = [0\,;20]$ par :

$$f(x) = 1000(x + 5)e^{-0,2x}$$

Partie A – Étude graphique

On a représenté sur le graphique ci-dessous, la courbe représentative de la fonction f.

Répondre aux questions suivantes par lecture graphique.



1. Résoudre graphiquement et de façon approchée l'équation $f(x) = 3000$.
2. Donner graphiquement une valeur approchée de l'intégrale de f entre 2 et 8 à une unité d'aire près. Justifier la démarche.

Partie B – Étude théorique

1. On note f' la dérivée de la fonction f sur $[0\,;20]$.

   Démontrer que pour tout x de $[0\,;\,20]$, $f'(x) = -200xe^{-0,2x}$.
2. En déduire le sens de variation de f et dresser son tableau des variations sur l'intervalle $[0\,;\,20]$. Si nécessaire, arrondir à l'unité les valeurs présentes dans le tableau.
3. Démontrer que l'équation $f(x) = 3000$ admet une unique solution α sur $[0\,;20]$, puis donner une valeur approchée de α à 10^{-2} près à l'aide de la calculatrice.

4. On admet que la fonction F définie sur l'intervalle $[0\ ;\ 20]$ par l'expression
   $F(x) = -5000(x + 10)e^{-0,2x}$ est une primitive de la fonction f sur $[0\ ;\ 20]$.
   Calculer $\int_2^8 f(x)\,dx$. On donnera la valeur exacte, puis la valeur arrondie à l'unité.

Partie C – Application économique

La fonction de demande d'un produit est modélisée sur l'intervalle $[0\ ;\ 20]$ par la fonction f étudiée dans les parties A et B.
Le nombre $f(x)$ représente la quantité d'objets demandés lorsque le prix unitaire est égal à x euros.

Utiliser les résultats de la partie B afin de répondre aux questions suivantes :

1. En-dessous de quel prix unitaire, arrondi au centime, la demande est-elle supérieure à 3000 objets ?

2. Déterminer la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[2\ ;8]$. Interpréter ce résultat.