

Corrigé

Exercice 4



freemaths.fr

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

Session 2017

MATHÉMATIQUES

- Série ES -

ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Durée de l'épreuve : 3 heures

Coefficient : 7

*Les calculatrices électroniques de poche sont autorisées,
conformément à la réglementation en vigueur.*

Le sujet est composé de 4 exercices indépendants. Le candidat doit traiter tous les exercices. Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes, à condition de l'indiquer clairement sur la copie. Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Avant de composer, le candidat s'assurera que le sujet comporte bien 6 pages numérotées de 1 à 6.

Centres Étrangers 2017 - freemaths.fr

Bac - Maths - 2017 - Série ES

EXERCICE 4

5 POINTS

Commun à tous les candidats

Une base nautique propose la location de différentes embarcations pour visiter les gorges du Verdon. Les touristes peuvent louer des kayaks, des pédalos ou des bateaux électriques, pour une durée de 1 heure ou 2 heures.

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A

Une étude statistique met en évidence que :

- 40 % des embarcations louées sont des pédalos ;
- 35 % des embarcations louées sont des kayaks ;
- les autres embarcations louées sont des bateaux électriques ;
- 60 % des pédalos sont loués pour une durée de 1 heure ;
- 70 % des kayaks sont loués pour une durée de 1 heure ;
- la moitié des bateaux électriques sont loués pour une durée de 1 heure.

On interroge au hasard un touriste qui vient pour louer une embarcation. On note A , B , C , D et E les évènements suivants :

- A : « l'embarcation louée est un pédalo » ;
- B : « l'embarcation louée est un kayak » ;
- C : « l'embarcation louée est un bateau électrique » ;
- D : « l'embarcation est louée pour une durée de 1 heure » ;
- E : « l'embarcation est louée pour une durée de 2 heures ».

1. Traduire la situation par un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité $p(A \cap E)$.
3. Montrer que la probabilité que l'embarcation soit louée pour une durée de 2 heures est égale à 0,39.
4. Sachant que l'embarcation a été louée pendant 2 heures, quelle est la probabilité que ce soit un bateau électrique ? Arrondir le résultat au centième.
5. La base nautique pratique les tarifs suivants :

	1 heure	2 heures
Pédalo	15 €	25 €
Kayak	10 €	16€
Bateau électrique	35 €	60€

En moyenne, 200 embarcations sont louées par jour. Déterminer la recette journalière que peut espérer la base nautique.

Partie B

Dans cette partie les résultats seront arrondis au millième

Les bateaux électriques sont équipés d'une batterie d'une autonomie moyenne de 500 minutes.

Les batteries des bateaux sont rechargées uniquement à la fin de chaque journée d'utilisation.

On note X la variable aléatoire correspondant à la durée de fonctionnement de la batterie d'un bateau, exprimée en minutes. On admet que X suit la loi normale d'espérance $\mu = 500$ et d'écart-type $\sigma = 10$.

1. À l'aide de la calculatrice, calculer $p(490 < X < 520)$.
2. Chaque jour, les bateaux sont utilisés pendant une durée de 8 heures sans être rechargés.
Déterminer la probabilité que la batterie d'un bateau soit déchargée avant la fin de la journée.
3. Déterminer l'entier a tel que $p(X < a) \approx 0,01$.
Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

EXERCICE 4

[Centres Étrangers 2017]

Partie B:

1. Calculons $P(490 < X < 520)$:

D'après l'énoncé, nous savons que:

- X suit la loi normale d'espérance $\mu = 500$ et d'écart type $\sigma = 10$.
- T suit la loi normale centrée réduite.

Il s'agit de calculer: $P(490 < X < 520)$.

A l'aide d'une machine à calculer, on trouve:

$$P(490 < X < 520) \approx 0,819.$$

Au total: $P(490 < X < 520) \approx 81,9\%$.

2. Déterminons la probabilité que la batterie d'un bateau soit déchargée avant la fin de la journée:

Il s'agit de calculer: $P(X < 8 \text{ h})$, sachant que: **8 heures = 480 minutes.**

$$P(X < 8 \text{ h}) = P(X < 480 \text{ mn})$$

$$= P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} < \frac{480 - 500}{10}\right)$$

$$= P(T < -2)$$

$$= 1 - P(T < 2).$$

A l'aide d'une machine à calculer, on trouve:

$$P(X < 480) \approx 1 - 0,9772 \Rightarrow P(X < 480) \approx 0,023.$$

Au total, la probabilité que la batterie d'un bateau soit déchargée avant la fin de la journée est d'environ: 2,3%.

3. a. Déterminons l'entier " a " sachant que $P(X < a) \approx 1\%$:

$$\begin{aligned} P(X < a) \approx 1\% &\Leftrightarrow P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} < \frac{a - \mu}{\sigma}\right) \approx 1\% \\ &\Leftrightarrow P\left(T < \frac{a - 500}{10}\right) \approx 1\% \\ &\Leftrightarrow 1 - P\left(T < \frac{500 - a}{10}\right) \approx 1\% \\ &\Rightarrow P\left(T < \frac{500 - a}{10}\right) \approx 99\%. \end{aligned}$$

A l'aide d'une machine à calculer, on trouve:

$$\frac{500 - a}{10} \approx 2,33 \Rightarrow a \approx 476,7 \text{ minutes.}$$

Au total, la valeur recherchée pour " a " est d'environ: 477 minutes.

3. b. Interprétons le résultat obtenu:

Cela signifie qu'il y a 1% de chance pour que la batterie d'un bateau soit déchargée avant 477 minutes.