Corrigé

Exercice 4

freemaths.fr

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

Session 2016

MATHÉMATIQUES
- Série ES -

ENSEIGNEMENT OBLIGATOIRE

Durée de l'épreuve : 3 heures - Coefficient : 5

MATHÉMATIQUES
- Série L -

ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Durée de l'épreuve : 3 heures - Coefficient : 4

Les calculatrices électroniques de poche sont autorisées,
conformément à la réglementation en vigueur.

Le sujet est composé de 4 exercices indépendants. Le candidat doit traiter tous les exercices.
Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes, à condition de l'indiquer clairement sur la copie.
Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.
Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Avant de composer, le candidat s'assurera que le sujet comporte bien 5 pages numérotées de 1 à 5.

EXERCICE 4 **5 points**

Commun à tous les candidats

Partie A

Soit f la fonction définie sur $[0\,;8]$ par

$$f(x) = \frac{0,4}{20\mathrm{e}^{-x}+1} + 0,4.$$

1. Montrer que $f'(x) = \dfrac{8\mathrm{e}^{-x}}{\left(20\mathrm{e}^{-x}+1\right)^2}$ où f' désigne la fonction dérivée de la fonction f.
2. Un logiciel de calcul formel donne les résultats ci-dessous :

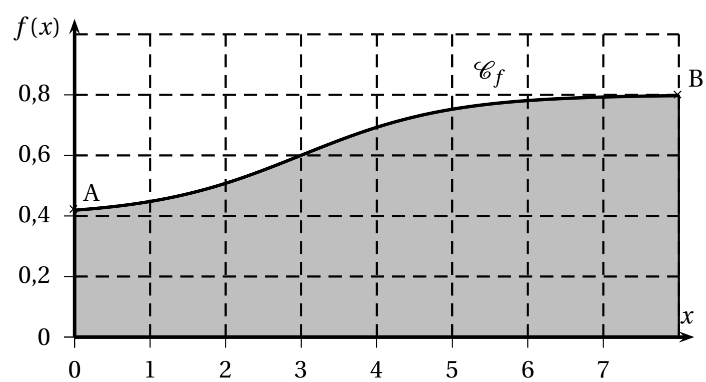
1	$f'(x) := 8 * \mathrm{e}\hat{}(-x)/(20 * \mathrm{e}\hat{}(-x)+1)^2$ $\rightarrow f'(x) : \dfrac{8\cdot \mathrm{e}^{-x}}{400\left(\mathrm{e}^{-x}\right)^2+40\mathrm{e}^{-x}+1}$
2	$g(x) :=$ Dérivée $[f'(x)]$ $\rightarrow g(x) := \dfrac{160\left(\mathrm{e}^{-x}\right)^2-8\mathrm{e}^{-x}}{8000\left(\mathrm{e}^{-x}\right)^3+1200\left(\mathrm{e}^{-x}\right)^2+60\mathrm{e}^{-x}+1}$
3	Factoriser $[g(x)]$ $\rightarrow 8\mathrm{e}^{-x}\cdot\dfrac{20\mathrm{e}^{-x}-1}{\left(20\mathrm{e}^{-x}+1\right)^3}$

En s'appuyant sur ces résultats, déterminer l'intervalle sur lequel la fonction f est convexe.

Partie B

Dans une région montagneuse, une entreprise étudie un projet de route reliant les villages A et B situés à deux altitudes différentes. La fonction f, définie dans la partie A, modélise le profil de ce projet routier. La variable x représente la distance horizontale, en kilomètres, depuis le village A et $f(x)$ représente l'altitude associée, en kilomètres.

La représentation graphique $\mathscr{C}_f$ de la fonction f est donnée ci-dessous.



Dans cet exercice, le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}_f$ en un point M est appelé « pente en M ».

On précise aussi qu'une pente en M de 5 % correspond à un coefficient directeur de la tangente à la courbe de f en M égal à 0,05.

Il est décidé que le projet sera accepté à condition qu'en aucun point de $\mathscr{C}_f$ la pente ne dépasse 12 %.

Pour chacune des propositions suivantes, dire si la proposition est vraie ou fausse en justifiant la réponse.

Proposition 1

L'altitude du village B est 0,6 km.

Proposition 2

L ’écart d’altitude entre les villages A et B est 378 mètres, valeur arrondie au mètre.
Proposition 3
La pente en A vaut environ 1,8 %.
Proposition 4
Le projet de route ne sera pas accepté.