EXERCICE 1

[Centres Étrangers 2016]

1. c. est la bonne réponse, avec c.: " $f'(x) = \frac{-x+2}{x}$ ".

- $f(x) = 5 - x + 2\ln x$
- $f'(x) = -1 + \frac{2}{x}$ => $f'(x) = \frac{-x+2}{x}$.

2. b. est la bonne réponse, avec b.: " Une seule solution ".

$f'(x) = 0$ <=> $\frac{-x+2}{x} = 0$ <=> $-x + 2 = 0$ => $x = 2$.
$(x \neq 0)$

3. d. est la bonne réponse, avec d.: " $y = -\frac{1}{2}x + 3 + 2\ln 4$ ".

- Soit $y = a.x + b$ (1), l'équation de cette tangente.
- Nous savons que: $f'(x) = \frac{-x+2}{x}$.
- De plus, la tangente T passe par le point A $(4; f(4))$.
- D'où: • $f'(x_A) = f'(4)$ <=> $f'(x_A) = -\frac{1}{2}$ => $a = -\frac{1}{2}$.

  • (1) <=> $f(x_A) = -\frac{1}{2} \times x_A + b$

  <=> $y_A = -\frac{1}{2} \times x_A + b$

  <=> $1 + 2\ln 4 = -\frac{1}{2} \times 4 + b$

  => $b = 3 + 2\ln 4$.

- En conclusion: $y = -\frac{1}{2}x + 3 + 2\ln 4$.

4. c. est la bonne réponse, avec c.: " [8;9] ".

Graphiquement, en unités d'aire et à l'unité près, l'aire $\mathscr{A}$ du domaine compris entre la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 1$ et $x = 3$, est telle que: $8 < \mathscr{A} < 9$.

(un peu plus de 8 carreaux, en comptant).