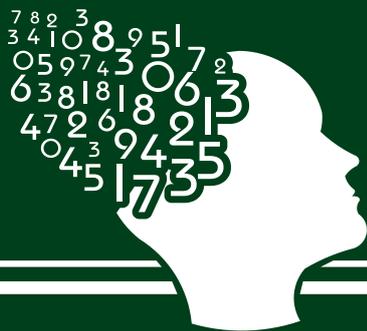


Corrigé

Exercice 3



freemaths.fr

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

Session 2015

MATHÉMATIQUES

- Série ES -

ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Durée de l'épreuve : 3 heures

Coefficient : 7

*Les calculatrices électroniques de poche sont autorisées,
conformément à la réglementation en vigueur.*

Le sujet est composé de 4 exercices indépendants. Le candidat doit traiter tous les exercices. Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes, à condition de l'indiquer clairement sur la copie. Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Avant de composer, le candidat s'assurera que le sujet comporte bien 5 pages numérotées de 1 à 5.

EXERCICE 3
Commun à tous les candidats

5 points

Les trois parties de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante. Dans cet exercice, les résultats seront arrondis au millième.

Partie A

Une entreprise spécialisée dans la fabrication de confitures fait appel à des producteurs locaux. À la livraison, l'entreprise effectue un contrôle qualité à l'issue duquel les fruits sont sélectionnés ou non pour la préparation des confitures.

Une étude statistique a établi que :

- 22 % des fruits livrés sont issus de l'agriculture biologique ;
- parmi les fruits issus de l'agriculture biologique, 95 % sont sélectionnés pour la préparation des confitures ;
- parmi les fruits non issus de l'agriculture biologique, 90 % sont sélectionnés pour la préparation des confitures.

On prélève au hasard un fruit et on note :

B l'évènement « le fruit est issu de l'agriculture biologique » ;

S l'évènement « le fruit est sélectionné pour la préparation des confitures ».

Pour tout évènement E , on note $p(E)$ sa probabilité, $p_F(E)$ la probabilité de l'évènement E sachant que l'évènement F est réalisé et \bar{E} évènement contraire de E .

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.
2. Déterminer la probabilité que le fruit soit sélectionné pour la préparation des confitures et qu'il soit issu de l'agriculture biologique.
3. Montrer que $p(S) = 0,911$.
4. Sachant que le fruit a été sélectionné pour la préparation des confitures, déterminer la probabilité qu'il ne soit pas issu de l'agriculture biologique.

Partie B

Cette entreprise conditionne la confiture en pots de 300 grammes.

On note X la variable aléatoire qui, à chaque pot de confiture, associe sa masse en gramme.

On admet que X suit la loi normale d'espérance $\mu = 300$ et d'écart-type $\sigma = 2$.

L'entreprise ne commercialise les pots de confiture que si l'écart entre la masse affichée (c'est-à-dire 300 g) et la masse réelle ne dépasse pas 4 grammes.

1. On prélève un pot au hasard. Déterminer la probabilité que le pot soit commercialisé.
2. Déterminer le réel a tel que $p(X < a) = 0,01$.

Partie C

Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.

Le directeur commercial affirme que 90 % des consommateurs sont satisfaits de la qualité des produits commercialisés par son entreprise.

On réalise une étude de satisfaction sur un échantillon de 130 personnes.

Parmi les personnes interrogées, 15 déclarent ne pas être satisfaites des produits.

Déterminer, en justifiant, si l'on doit remettre en question l'affirmation du directeur commercial.

EXERCICE 3

[Centres Étrangers 2015]

Partie A: Fruit et confiture

1. Représentons la situation par un arbre pondéré:

D'après l'énoncé, nous avons:

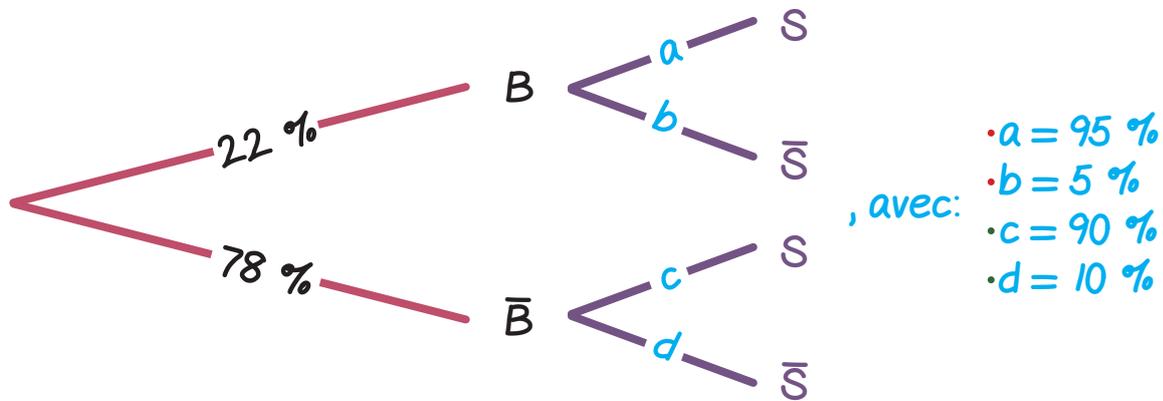
- B = " le fruit, qui est livré, est issu de l'agriculture biologique ".
- \bar{B} = " le fruit, qui est livré, n'est pas issu de l'agriculture biologique ".
- S = " le fruit, qui est livré, est sélectionné pour la préparation des confitures ".
- \bar{S} = " le fruit, qui est livré, n'est pas sélectionné pour la préparation des confitures ".

- $P(B) = 22\%$
- $P(\bar{B}) = 78\%$
- ($22\% + 78\% = 1$).

- $P_B(S) = 95\%$
- $P_B(\bar{S}) = 5\%$
- ($95\% + 5\% = 1$).

- $P_{\bar{B}}(S) = 90\%$
- $P_{\bar{B}}(\bar{S}) = 10\%$
- ($90\% + 10\% = 1$).

D'où l'arbre pondéré suivant:



2. Déterminons la probabilité que le fruit soit sélectionné pour la préparation des confitures et qu'il soit issu de l'agriculture biologique:

Cela revient à calculer: $P(B \cap S)$.

$$P(B \cap S) = P_B(S) \times P(B).$$

$$\text{Ainsi: } P(B \cap S) = 95\% \times 22\% \Rightarrow P(B \cap S) = 20.9\%.$$

Au total, il y a 20.9% de chance pour que le fruit soit sélectionné pour la préparation des confitures et qu'il soit issu de l'agriculture biologique.

3. Montrons que $P(S) = 0.911$:

$$\text{L'événement } S = (S \cap B) \cup (S \cap \bar{B}).$$

$$\text{D'où: } P(S) = P(S \cap B) + P(S \cap \bar{B})$$

$$= P(B \cap S) + P_{\bar{B}}(S) \times P(\bar{B}).$$

$$\text{Ainsi: } P(S) = 20.9\% + 90\% \times 78\% \Rightarrow P(S) = 0.911.$$

Au total, la probabilité que le fruit soit sélectionné pour la préparation de la confiture est de: 91.1%

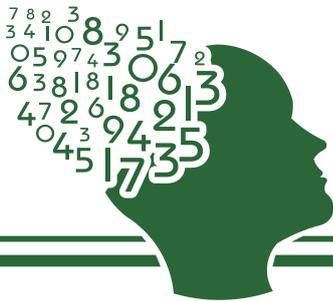
4. Sachant que le fruit a été sélectionné, déterminons la probabilité qu'il ne soit pas issu de l'agriculture biologique:

Cela revient à calculer: $P_S(\bar{B})$.

$$P_S(\bar{B}) = \frac{P(S \cap \bar{B})}{P(S)}$$

$$\text{Ainsi: } P_S(\bar{B}) = \frac{91.1\% - 20.9\%}{91.1\%} \Rightarrow P_S(\bar{B}) \approx 77.1\%$$

Au total, il y a 77.1% de chance pour que le fruit ait été sélectionné pour les confitures sans être issu de l'agriculture biologique.



freemaths.fr

EXERCICE 3

[Centres Étrangers 2015]

Partie B: La confiture en pots

1. Déterminons la probabilité que le pot soit commercialisé:

D'après l'énoncé, nous savons que:

- X est la variable aléatoire qui, à chaque pot de confiture, associe sa masse (en grammes).
- X suit la loi normale d'espérance $\mu = 300$ et d'écart type $\sigma = 2$.
- T suit la loi normale centrée réduite.

Il s'agit de calculer: $P(300 - 4 \text{ gr} \leq X \leq 300 + 4 \text{ gr})$.

Nous remarquons que: $300 - 4 = \mu - 2\sigma$ et $300 + 4 = \mu + 2\sigma$.

Or, d'après le cours, $P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) \approx 0,954$.

D'où: $P(296 \leq X \leq 304) \approx 0,95$.

Au total, la probabilité que le pot soit commercialisé est de: 95%.

2. Déterminons le réel " a " tel que $P(X < a) = 0,01$:

$$P(X < a) = 0,01 \Leftrightarrow P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} < \frac{a - 300}{2}\right) = 0,01$$

$$\Leftrightarrow P\left(T < \frac{a - 300}{2}\right) = 0,01.$$

A l'aide d'une machine à calculer, on trouve:

$$\frac{a - 300}{2} \approx 2,5 \Rightarrow a \approx 295 \text{ grammes.}$$

Au total, la valeur recherchée pour " a " est d'environ: 295 grammes.

Partie C: La qualité des produits

Doit-on remettre en question l'affirmation du directeur commercial ?

Ici, nous avons: • $n = 130$

• $p = 0,9$

• $f \approx \frac{115}{130} \Rightarrow f \approx 0,885.$

$(115 = 130 - 15)$

Dans ces conditions:

$$n = 130 \geq 30, n \cdot p = 117 \geq 5 \text{ et } n \cdot (1 - p) = 13 \geq 5.$$

Les conditions sont donc réunies.

On choisit un échantillon aléatoire de 130 personnes.

Un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95% s'écrit:

$$I = \left[p - 1,96 \times \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}; p + 1,96 \times \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right].$$

A l'aide d'une machine à calculer, on trouve: $I \approx [0,8484 ; 0,9515]$.

Or, la fréquence de personnes " f " se déclarant satisfaites des produits, sur l'échantillon, est telle que:

$$f \approx 88,5 \% \in I.$$

Ainsi, on ne doit pas remettre en cause l'affirmation du directeur commercial.