

EXERCICE 3

[Centres Étrangers 2015]

Partie A: Fruit et confiture

1. Représentons la situation par un arbre pondéré:

D'après l'énoncé, nous avons:

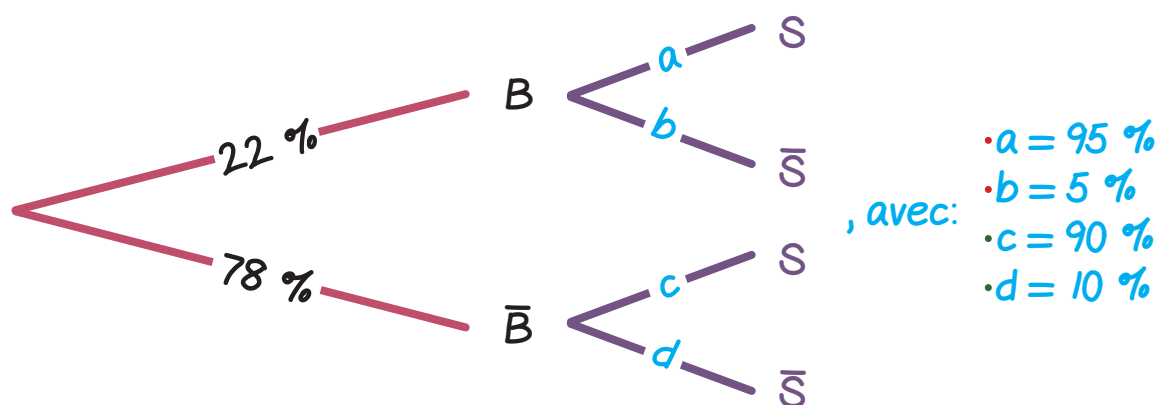
- B = " le fruit, qui est livré, est issu de l'agriculture biologique ".
- \bar{B} = " le fruit, qui est livré, n'est pas issu de l'agriculture biologique ".
- S = " le fruit, qui est livré, est sélectionné pour la préparation des confitures ".
- \bar{S} = " le fruit, qui est livré, n'est pas sélectionné pour la préparation des confitures ".

- $P(B) = 22\%$
- $P(\bar{B}) = 78\%$
- ($22\% + 78\% = 1$).

- $P_B(S) = 95\%$
- $P_B(\bar{S}) = 5\%$
- ($95\% + 5\% = 1$).

- $P_{\bar{B}}(S) = 90\%$
- $P_{\bar{B}}(\bar{S}) = 10\%$
- ($90\% + 10\% = 1$).

D'où l'arbre pondéré suivant:



2. Déterminons la probabilité que le fruit soit sélectionné pour la préparation des confitures et qu'il soit issu de l'agriculture biologique:

Cela revient à calculer: $P(B \cap S)$.

$$P(B \cap S) = P_B(S) \times P(B).$$

$$\text{Ainsi: } P(B \cap S) = 95\% \times 22\% \Rightarrow P(B \cap S) = 20.9\%.$$

Au total, il y a 20.9% de chance pour que le fruit soit sélectionné pour la préparation des confitures et qu'il soit issu de l'agriculture biologique.

3. Montrons que $P(S) = 0.911$:

$$\text{L'événement } S = (S \cap B) \cup (S \cap \bar{B}).$$

$$\text{D'où: } P(S) = P(S \cap B) + P(S \cap \bar{B})$$

$$= P(B \cap S) + P_{\bar{B}}(S) \times P(\bar{B}).$$

$$\text{Ainsi: } P(S) = 20.9\% + 90\% \times 78\% \Rightarrow P(S) = 0.911.$$

Au total, la probabilité que le fruit soit sélectionné pour la préparation de la confiture est de: 91.1%

4. Sachant que le fruit a été sélectionné, déterminons la probabilité qu'il ne soit pas issu de l'agriculture biologique:

Cela revient à calculer: $P_S(\bar{B})$.

$$P_S(\bar{B}) = \frac{P(S \cap \bar{B})}{P(S)}$$

$$\text{Ainsi: } P_S(\bar{B}) = \frac{91.1\% - 20.9\%}{91.1\%} \Rightarrow P_S(\bar{B}) \approx 77.1\%$$

Au total, il y a 77.1% de chance pour que le fruit ait été sélectionné pour les confitures sans être issu de l'agriculture biologique.



freemaths.fr

EXERCICE 3

[Centres Étrangers 2015]

Partie B: La confiture en pots

1. Déterminons la probabilité que le pot soit commercialisé:

D'après l'énoncé, nous savons que:

- X est la variable aléatoire qui, à chaque pot de confiture, associe sa masse (en grammes).
- X suit la loi normale d'espérance $\mu = 300$ et d'écart type $\sigma = 2$.
- T suit la loi normale centrée réduite.

Il s'agit de calculer: $P(300 - 4 \text{ gr} \leq X \leq 300 + 4 \text{ gr})$.

Nous remarquons que: $300 - 4 = \mu - 2\sigma$ et $300 + 4 = \mu + 2\sigma$.

Or, d'après le cours, $P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) \approx 0,954$.

D'où: $P(296 \leq X \leq 304) \approx 0,95$.

Au total, la probabilité que le pot soit commercialisé est de: 95%.

2. Déterminons le réel " a " tel que $P(X < a) = 0,01$:

$$P(X < a) = 0,01 \Leftrightarrow P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} < \frac{a - 300}{2}\right) = 0,01$$

$$\Leftrightarrow P\left(T < \frac{a - 300}{2}\right) = 0,01.$$

A l'aide d'une machine à calculer, on trouve:

$$\frac{a - 300}{2} \approx 2,5 \Rightarrow a \approx 295 \text{ grammes.}$$

Au total, la valeur recherchée pour " a " est d'environ: 295 grammes.

Partie C: La qualité des produits

Doit-on remettre en question l'affirmation du directeur commercial ?

Ici, nous avons: • $n = 130$

• $p = 0,9$

• $f \approx \frac{115}{130} \Rightarrow f \approx 0,885.$

$(115 = 130 - 15)$

Dans ces conditions:

$$n = 130 \geq 30, n \cdot p = 117 \geq 5 \text{ et } n \cdot (1 - p) = 13 \geq 5.$$

Les conditions sont donc réunies.

On choisit un échantillon aléatoire de 130 personnes.

Un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95% s'écrit:

$$I = \left[p - 1,96 \times \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}; p + 1,96 \times \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right].$$

A l'aide d'une machine à calculer, on trouve: $I \approx [0,8484 ; 0,9515]$.

Or, la fréquence de personnes " f " se déclarant satisfaites des produits, sur l'échantillon, est telle que:

$$f \approx 88,5 \% \in I.$$

Ainsi, on ne doit pas remettre en cause l'affirmation du directeur commercial.