# Corrigé

## Exercice 1

freemaths.fr

# LES MATHÉMATIQUES
## AU BACCALAURÉAT ES

# PROBABILITÉS, BAC ES
(probas discrètes et probas à densité)

- Arbre de probabilités
- Arbre pondéré
- Probabilités conditionnelles
- Loi de Bernoulli
- Loi binomiale
- Espérance mathématique
- Loi uniforme
- Loi normale centrée réduite
- Loi normale
- Intervalle de confiance
- Intervalle de fluctuation asymptotique
- Longueur d'un intervalle

# EXERCICE 1

## [ Antilles-Guyane 2019 ]

### Partie A:

**1. a. Justifions que $P(N) = 0,3$ et que $P_N(E) = 0,8$:**

D'après l'énoncé, nous avons:

- $N$ = " le client découvre un numéro entre 1 et 15 ".
- $E$ = " le client obtient une étoile ".

- $P(N) = \dfrac{15 \text{ numéros}}{50 \text{ numéros}} = 0,3$,
- $P(\overline{N}) = 1 - 0,3 = 0,7$.

- $P_N(E)$ = P (d'obtenir une étoile sachant qu'il découvre un numéro entre 1 et 15)

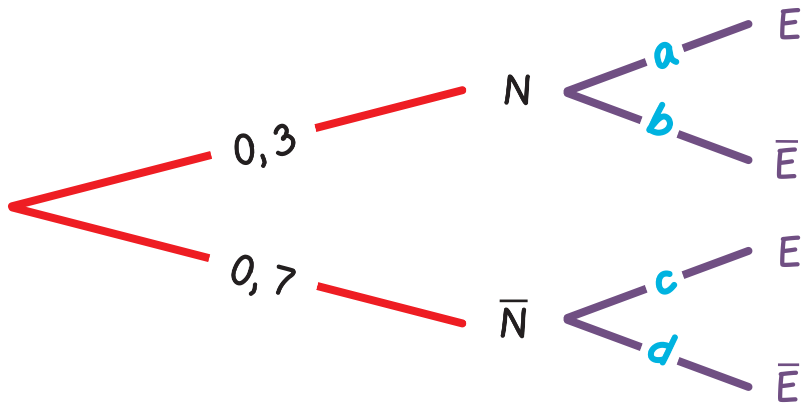
  $= \dfrac{8 \text{ étoiles}}{10 \text{ secteurs}} = 0,8$,
- $P_N(\overline{E}) = 1 - 0,8 = 0,2$.

Ainsi: $P(N) = 0,3$ et $P_N(E) = 0,8$.

Au total, les 2 probabilités demandées sont: $P(N) = 0,3$ et $P_N(E) = 0,8$.

**1. b. Représentons cette situation à l'aide d'un arbre pondéré:**

Nous avons l'arbre pondéré suivant:




, avec:

- $a = 0,8$
- $b = 0,2$
- $c = 0,1$
- $d = 0,9$

En effet: • $P_{\overline{N}}(E) = \dfrac{1 \text{ étoile}}{10 \text{ secteurs}} = 0,1$,

• $P_{\overline{N}}(\bar{E}) = 1 - 0,1 = 0,9$.

**2. Calculons la probabilité que le client trouve un numéro entre 1 et 15, et une étoile:**

Nous devons calculer ici: $P(N \cap E)$.

$P(N \cap E) = P_N(E) \times P(N)$.

Ainsi: $P(N \cap E) = 0,8 \times 0,3$ cad: $P(N \cap E) = 0,24$.

Au total, la probabilité que le client trouve un numéro entre 1 et 15, et une étoile est égale à: 24%.

**3. Justifions que la probabilité que le client gagne un bon d'achat est égale à 0,31:**

Ici, il s'agit de calculer: $P(E)$.

L'événement $E = (E \cap N) \cup (E \cap \overline{N})$.

D'où: $P(E) = P(E \cap N) + P(E \cap \overline{N})$

$= P_N(E) \times P(N) + P_{\overline{N}}(E) \times P(\overline{N})$.

Ainsi: $P(E) = 0,8 \times 0,3 + 0,1 \times 0,7$ cad: $P(E) = 0,31$.

Au total, nous avons bien: $P(E) = 0,31$.

**4. Déterminons la probabilité que le client ait obtenu un numéro entre 1 et 15 sachant qu'il a gagné un bon d'achat:**

Nous devons calculer: $P_E(N)$.

$$P_E(N) = \frac{P(E \cap N)}{P(E)}.$$

Ainsi: $P_E(N) = \dfrac{0,24}{0,31}$ **cad**: $P_E(N) \approx 77,41\%$.

Au total, la probabilité demandée est d'environ: $77,41\%$.

## Partie B:

**1. Précisons les paramètres de la variable aléatoire X:**

Soit l'expérience aléatoire consistant à simuler 100 fois le jeu d'un client à l'aide d'un logiciel.

On suppose que le nombre de simulations est suffisamment grand pour que cela puisse être assimilé à un tirage aléatoire avec remise.

Soient les événements $E$ = " le client obtient un bon d'achat ", et $\overline{E}$ = " le client n'obtient pas de bon d'achat ".

On désigne par X la variable aléatoire qui à 100 jeux simulés associe le nombre de bons d'achat gagnés.

Nous sommes en présence de 100 épreuves aléatoires identiques et indépendantes.

La variable aléatoire discrète X représentant le nombre de réalisations de E suit donc une loi binômiale de paramètres: $n = 100$ et $p = 0,31$.

Et nous pouvons noter: $X \rightsquigarrow B(100\,;\,0,31)$.

En fait, on répète 100 fois un schéma de Bernoulli.

**2. Calculons la probabilité qu'il y ait exactement 30 clients gagnants:**

Il s'agit de calculer ici: $P(X = 30)$.

$P(X = 30) = \binom{100}{30}(0,31)^{30}(1 - 0,31)^{70}$ **cad**: $P(X = 30) \approx 8,5\%$, **à l'aide d'une machine à calculer.**

Au total: il y a environ 8,5% de chance pour qu'il y ait exactement 30 clients gagnants.

**3. a. Calculons le montant moyen de la somme totale offerte en bons d'achat:**

Pour répondre à cette question, nous devons calculer l'espérance de X.

Or, d'après le cours: $E(X) = n \cdot p$.

D'où ici: $E(X) = 100 \times 0,31$ **cad**: $E(X) = 31$ gagnants.

Ainsi: en moyenne, il y a 31 gagnants sur 100 clients.

Et la somme totale offerte à ces 31 gagnants est de: **31 x 10 € = 310 €**.

**3. b. Le budget prévisionnel est-il suffisant ?**

Comme 310 € > 250 €: le budget prévisionnel est **insuffisant** !

## Partie C:

**1. Calculons la probabilité qu'un client pris au hasard reste entre 30 et 60 minutes dans le magasin:**

D'après l'énoncé, nous savons que:

- $Y$ suit une loi normale d'espérance $\mu = 45$ minutes et d'écart type $\sigma = 5$ minutes.
- $T$ suit la loi normale centrée réduite.

Ici, nous devons calculer: $P(30 \leqslant Y \leqslant 60)$.

Nous remarquons que: $30 = \mu - 3\sigma$ et $60 = \mu + 3\sigma$.

Or, d'après le cours: $P(\mu - 3\sigma \leqslant Y \leqslant \mu + 3\sigma) \approx 0,997$.

D'où: $P(30 \leqslant Y \leqslant 60) \approx 99,7\%$.

Au total, la probabilité qu'un client pris au hasard dans le magasin reste entre 30 et 60 minutes est d'environ: 99, 7%.



**2. Calculons la probabilité qu'un client pris au hasard reste plus de 50 minutes dans le magasin:**

Ici, nous devons calculer: $P(Y \geqslant 50)$.

$$P(Y \geqslant 50) = P\left(\frac{Y - \mu}{\sigma} \geqslant \frac{50 - 45}{5}\right)$$

$$= P(T \geqslant 1)$$

$$= 1 - P(T \leqslant 1).$$

A l'aide d'une machine à calculer, on trouve:

$P(Y \geqslant 50) \approx 1 - 0,8413$ **cad:** $P(Y \geqslant 50) \approx 15,87\%$.

Au total, la probabilité qu'un client pris au hasard reste plus de 50 minutes dans le magasin est d'environ: 15, 87%.