

EXERCICE 4

[Antilles-Guyane 2016]

1. Justifions que l'on peut considérer que l'évolution d'une année sur l'autre correspond à une diminution de 10%:

Entre 2013 et 2015, il y a 2 années, d'où: $n = 2$.

Soient R_x le rejet initial (2013) et R_y le rejet final (2015), avec:

$$R_x = 410 \text{ tonnes et } R_y = 332 \text{ tonnes.}$$

Soit " a " le pourcentage de baisse recherché.

D'après le cours, nous avons: $R_y = (1 - a)^n \times R_x$

$$\Leftrightarrow R_y = (1 - a)^2 \times R_x$$

$$\Leftrightarrow (1 - a)^2 = \frac{R_y}{R_x}$$

$$\Leftrightarrow (1 - a) = \sqrt{\frac{332}{410}}$$

$$\Leftrightarrow a = 1 - \sqrt{\frac{332}{410}}$$

$$\Rightarrow a = 10\%.$$

Au total: le pourcentage de diminution est bien de $a = 10\%$.

2. Déterminons à partir de quelle année la quantité de polluants rejetés ne dépassera plus le seuil de 180 tonnes:

Soient R_x le rejet initial (2013) et R_y le rejet final (2013 + n), avec:

$$R_x = 410 \text{ tonnes et } R_y = 180 \text{ tonnes.}$$

Il s'agit de déterminer: " n ", sachant que $a = 10\%$.

D'après le cours, nous avons: $R_y = (1 - a)^n \times R_x$

$$\Leftrightarrow (1 - a)^n = \frac{R_y}{R_x}$$

$$\Leftrightarrow (0,9)^n \approx 0,439$$

$$\Leftrightarrow n \ln(0,9) \approx \ln(0,439)$$

$$\Leftrightarrow n \approx \frac{\ln(0,439)}{\ln(0,9)}$$

$$\Rightarrow n \approx 7,813.$$

Nous prendrons: $n = 8$ ans car n est un entier naturel.

En conclusion: à partir de 2021 (2013 + 8 ans), la quantité de polluants rejetés par ces entreprises ne dépassera plus le seuil de 180 tonnes.