

## EXERCICE 2

[ Antilles - Guyane 2015 ]

### Développement durable et tri sélectif

1. Construisons un arbre pondéré:

D'après l'énoncé, nous avons:

- $S$  = " l'élève est sensible au développement durable ".
- $\bar{S}$  = " l'élève n'est pas sensible au développement durable ".
- $T$  = " l'élève pratique le tri sélectif ".
- $\bar{T}$  = " l'élève ne pratique pas le tri sélectif ".

- $P(S) = 0.70$

- $P(\bar{S}) = 0.30$   
(  $0.70 + 0.30 = 1$  ).

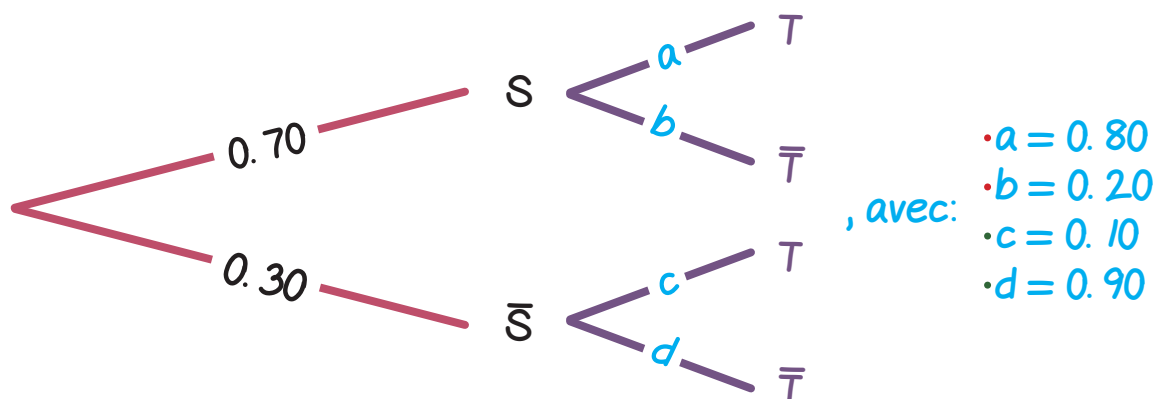
- $P_S(T) = 0.80$

- $P_S(\bar{T}) = 0.20$   
(  $0.80 + 0.20 = 1$  ).

- $P_{\bar{S}}(T) = 0.10$

- $P_{\bar{S}}(\bar{T}) = 0.90$   
(  $0.10 + 0.90 = 1$  ).

D'où l'arbre pondéré suivant:



**2. Calculons la probabilité que l'élève soit S et T:**

Cela revient à calculer:  $P(S \cap T)$ .

$$P(S \cap T) = P_S(T) \times P(S).$$

$$\text{Ainsi: } P(S \cap T) = 0.70 \times 0.80 \Rightarrow P(S \cap T) = 0.56.$$

Au total, il y a 56% de chance pour que l'élève soit sensible et pratique le tri sélectif.

**3. Montrons que  $P(T) = 0.59$ :**

$$\text{L'événement } T = (T \cap S) \cup (T \cap \bar{S}).$$

$$\text{D'où: } P(T) = P(T \cap S) + P(T \cap \bar{S})$$

$$= P_S(T) \times P(S) + P_{\bar{S}}(T) \times P(\bar{S}).$$

$$\text{Ainsi: } P(T) = 0.56 + 0.30 \times 0.1 \Rightarrow P(T) = 0.59.$$

Au total, il y a 59% de chance pour que l'événement T se réalise.

4. **Pouvons-nous affirmer que les chances qu'il se dise sensible au développement durable soit  $\leq 10\%$  ?**

Cela revient à calculer:  $P_{\bar{T}}(S)$ .

$$P_{\bar{T}}(S) = \frac{P(S \cap \bar{T})}{P(\bar{T})} \Leftrightarrow P_{\bar{T}}(S) = \frac{P_S(\bar{T}) \times P(S)}{P(\bar{T})}$$

$$\text{Ainsi: } P_{\bar{T}}(S) = \frac{0.20 \times 0.70}{1 - P(T)} \Rightarrow P_{\bar{T}}(S) = 0.34.$$

Au total, comme  $34\% > 10\%$ , la réponse est: Non.

5. a. **Déterminons les paramètres de la loi binômiale:**

$X$  est une loi binômiale de paramètres:  $n = 4$  et  $p = 59\%$ .

Et nous pouvons noter:  $X \rightsquigarrow B(4; 59\%)$ .

En fait, on répète 4 fois un schéma de Bernoulli.

Et nous pouvons écrire:

$$P(X = k) = \binom{4}{k} (59\%)^k (1 - 59\%)^{4-k}$$

5. b. **Calculons la probabilité qu'aucun des 4 élèves interrogés ne pratique le tri sélectif:**

Cela revient à calculer:  $P(X = 0)$  avec:  $X \rightsquigarrow B(4; 59\%)$ .

$$P(X = 0) = \binom{4}{0} (59\%)^0 (1 - 59\%)^4$$

$$\Rightarrow P(X = 0) = 3\%$$

(à l'aide d'une machine à calculer)

La probabilité demandée est de: 3%.

5. c. Calculons la probabilité qu'au moins 2 des 4 élèves pratiquent le tri sélectif:

Cela revient à calculer:  $P(X \geq 2)$  avec:  $X \sim B(4; 59\%)$ .

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1) \Leftrightarrow P(X \geq 2) = 1 - (P(X=0) + P(X=1))$$

$$\Rightarrow P(X \geq 2) = 0.81.$$

(à l'aide d'une machine à calculer)

Au total, il y a 81% de chance pour qu'au moins 2 des 4 élèves interrogés pratiquent le tri sélectif.