

Corrigé

Exercice 2



freemaths.fr

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SESSION 2015

MATHÉMATIQUES

Série ES/L

Durée de l'épreuve : 3 heures

Coefficient : 5 (ES), 4 (L)

ES : ENSEIGNEMENT OBLIGATOIRE

L : ENSEIGNEMENT DE SPECIALITE

**Les calculatrices électroniques de poche sont autorisées
conformément à la réglementation en vigueur.**

- *Le sujet est composé de 4 exercices indépendants. Le candidat doit traiter tous les exercices.*
- *Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes, à condition de l'indiquer clairement sur la copie.*
- *Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.*
- *Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies.*

Avant de composer, le candidat s'assurera que le sujet comporte 5 pages numérotées de 1/5 à 5/5.

EXERCICE 2 (5 points)

Candidats ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats L

Une enquête a été réalisée auprès des élèves d'un lycée afin de connaître leur sensibilité au développement durable et leur pratique du tri sélectif.

L'enquête révèle que 70 % des élèves sont sensibles au développement durable, et, parmi ceux qui sont sensibles au développement durable, 80 % pratiquent le tri sélectif.

Parmi ceux qui ne sont pas sensibles au développement durable, on en trouve 10 % qui pratiquent le tri sélectif.

On interroge un élève au hasard dans le lycée. On considère les évènements suivants :

S : L'élève interrogé est sensible au développement durable.

T : L'élève interrogé pratique le tri sélectif.

Les résultats seront arrondis à 10^{-2} .

1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
2. Calculer la probabilité que l'élève interrogé soit sensible au développement durable et pratique le tri sélectif.
3. Montrer que la probabilité $P(T)$ de l'évènement T est 0,59.
4. On interroge un élève qui ne pratique pas le tri sélectif.
Peut-on affirmer que les chances qu'il se dise sensible au développement durable sont inférieures à 10 % ?
5. On interroge successivement et de façon indépendante quatre élèves pris au hasard parmi les élèves de l'établissement.
Soit X la variable aléatoire qui donne le nombre d'élèves pratiquant le tri sélectif parmi les 4 élèves interrogés.
Le nombre d'élèves de l'établissement est suffisamment grand pour que l'on considère que X suit une loi binomiale.
 - a) Préciser les paramètres de cette loi binomiale.
 - b) Calculer la probabilité qu'aucun des quatre élèves interrogés ne pratique le tri sélectif.
 - c) Calculer la probabilité qu'au moins deux des quatre élèves interrogés pratiquent le tri sélectif.

EXERCICE 2

[Antilles - Guyane 2015]

Développement durable et tri sélectif

1. Construisons un arbre pondéré:

D'après l'énoncé, nous avons:

- S = " l'élève est sensible au développement durable ".
- \bar{S} = " l'élève n'est pas sensible au développement durable ".
- T = " l'élève pratique le tri sélectif ".
- \bar{T} = " l'élève ne pratique pas le tri sélectif ".

- $P(S) = 0.70$

- $P(\bar{S}) = 0.30$
($0.70 + 0.30 = 1$).

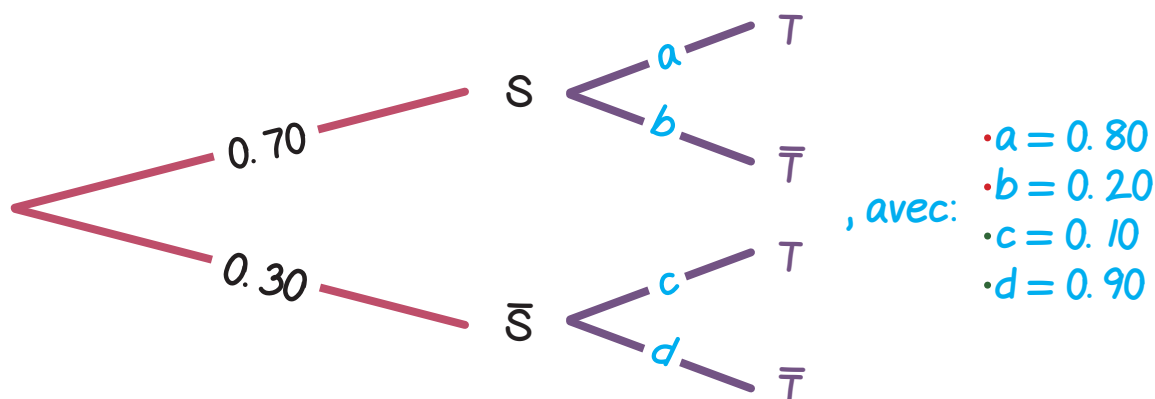
- $P_S(T) = 0.80$

- $P_S(\bar{T}) = 0.20$
($0.80 + 0.20 = 1$).

- $P_{\bar{S}}(T) = 0.10$

- $P_{\bar{S}}(\bar{T}) = 0.90$
($0.10 + 0.90 = 1$).

D'où l'arbre pondéré suivant:



2. Calculons la probabilité que l'élève soit S et T:

Cela revient à calculer: $P(S \cap T)$.

$$P(S \cap T) = P_S(T) \times P(S).$$

$$\text{Ainsi: } P(S \cap T) = 0.70 \times 0.80 \Rightarrow P(S \cap T) = 0.56.$$

Au total, il y a 56% de chance pour que l'élève soit sensible et pratique le tri sélectif.

3. Montrons que $P(T) = 0.59$:

$$\text{L'événement } T = (T \cap S) \cup (T \cap \bar{S}).$$

$$\text{D'où: } P(T) = P(T \cap S) + P(T \cap \bar{S})$$

$$= P_S(T) \times P(S) + P_{\bar{S}}(T) \times P(\bar{S}).$$

$$\text{Ainsi: } P(T) = 0.56 + 0.30 \times 0.1 \Rightarrow P(T) = 0.59.$$

Au total, il y a 59% de chance pour que l'événement T se réalise.

4. **Pouvons-nous affirmer que les chances qu'il se dise sensible au développement durable soit $\leq 10\%$?**

Cela revient à calculer: $P_{\bar{T}}(S)$.

$$P_{\bar{T}}(S) = \frac{P(S \cap \bar{T})}{P(\bar{T})} \Leftrightarrow P_{\bar{T}}(S) = \frac{P_S(\bar{T}) \times P(S)}{P(\bar{T})}$$

$$\text{Ainsi: } P_{\bar{T}}(S) = \frac{0.20 \times 0.70}{1 - P(T)} \Rightarrow P_{\bar{T}}(S) = 0.34.$$

Au total, comme $34\% > 10\%$, la réponse est: Non.

5. a. **Déterminons les paramètres de la loi binômiale:**

X est une loi binômiale de paramètres: $n = 4$ et $p = 59\%$.

Et nous pouvons noter: $X \rightsquigarrow B(4; 59\%)$.

En fait, on répète 4 fois un schéma de Bernoulli.

Et nous pouvons écrire:

$$P(X = k) = \binom{4}{k} (59\%)^k (1 - 59\%)^{4-k}$$

5. b. **Calculons la probabilité qu'aucun des 4 élèves interrogés ne pratique le tri sélectif:**

Cela revient à calculer: $P(X = 0)$ avec: $X \rightsquigarrow B(4; 59\%)$.

$$P(X = 0) = \binom{4}{0} (59\%)^0 (1 - 59\%)^4$$

$$\Rightarrow P(X = 0) = 3\%$$

(à l'aide d'une machine à calculer)

La probabilité demandée est de: 3%.

5. c. Calculons la probabilité qu'au moins 2 des 4 élèves pratiquent le tri sélectif:

Cela revient à calculer: $P(X \geq 2)$ avec: $X \sim B(4; 59\%)$.

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1) \Leftrightarrow P(X \geq 2) = 1 - (P(X=0) + P(X=1))$$

$$\Rightarrow P(X \geq 2) = 0.81.$$

(à l'aide d'une machine à calculer)

Au total, il y a 81% de chance pour qu'au moins 2 des 4 élèves interrogés pratiquent le tri sélectif.