Corrigé

Exercice 3

freemaths.fr

OBJECTIF :

20/20 EN MATHS,
AU BACCALAURÉAT.

• ÉDITION 2020 •

EXERCICE 3

[Amérique du Nord 2019]

1. La bonne réponse est : A.

En effet, ici nous sommes en présence d'une variable aléatoire X qui suit une loi binomiale de paramètres : $n = 10$ et $p = 0,3$.

Dans ces conditions :
$$\begin{aligned} P(X \geq 1) &= 1 - P(X < 1) \\ &= 1 - P(X = 0) \\ &= 1 - \binom{10}{0}(0,3)^0(1-0,3)^{10} \\ &\approx 0,972. \end{aligned}$$

Ainsi, $P(X \geq 1)$ est égale à environ : $0,972$.

2. La bonne réponse est : B.

En effet, ici T suit une loi uniforme sur $[10 ; 40]$.

Dans ces conditions :
$$\begin{aligned} P(15 \leq T \leq 25) &= \left[\frac{t}{40-10}\right]_{15}^{25}, \text{ d'après le cours} \\ &= \frac{25-15}{30} \\ &= \frac{1}{3}. \end{aligned}$$

Ainsi, $P(15 \leq T \leq 25)$ est égale à : $\frac{1}{3}$.

3. La bonne réponse est: D.

En effet: $S = 1 + 1,2 + (1,2)^2 + (1,2)^3 + ... + (1,2)^{10} = \dfrac{1 - (1,2)^{11}}{1 - 1,2}$

$$\left(1 + q + q^2 + q^3 + ... + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} \right)$$

$= -5 + 5 \times (1,2)^{11}$

$\approx 32,15$.

Ainsi, la somme S est environ égale à: 32,15.

4. La bonne réponse est: D.

En effet: • g est concave sur un intervalle I ssi:

pour tout $x \in I$, $g''(x) \leqslant 0$.

• g est convexe sur un intervalle I' ssi:

pour tout $x \in I'$, $g''(x) \geqslant 0$.

Or ici: • $g(x) = x^2 (2 \ln(x) - 5) + 2$ $\quad (u \times v + k)$

• $Dg = [0,1 ; 10]$.

Dans ces conditions: • $g'(x) = (2x) \times (2 \ln(x) - 5) + (x^2) \times \left(\dfrac{2}{x}\right)$

$(u' \times v + u \times v' + 0)$

$= 4x \ln(x) - 8x$. $\quad (T \times w + z)$

• $g''(x) = (4) \times \ln(x) + (4x) \times \left(\dfrac{1}{x}\right) - 8$

$(T' \times w + T \times w' + z')$

$= 4 \ln(x) - 4.$

D'où: • g est concave ssi $4 \ln(x) - 4 \leqslant 0$ cad: $x \leqslant e$ ou: $x \in [0,1; e]$;

• g est convexe ssi $4 \ln(x) - 4 \geqslant 0$ cad: $x \geqslant e$ ou: $x \in [e; 10]$.

Ainsi, nous retiendrons: g est convexe sur $[e; 10]$.