

Corrigé

Exercice 4



freemaths.fr

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

Session 2018

MATHÉMATIQUES – Série ES

ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

SUJET

ÉPREUVE DU MARDI 29 MAI 2018

Durée de l'épreuve : 3 heures – coefficient : 7

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.

Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Le candidat s'assurera que le sujet est complet, qu'il correspond bien à sa série et à son choix d'enseignement (obligatoire ou spécialité).

Le sujet comporte 9 pages, y compris celle-ci.

EXERCICE n°4 (6 points)

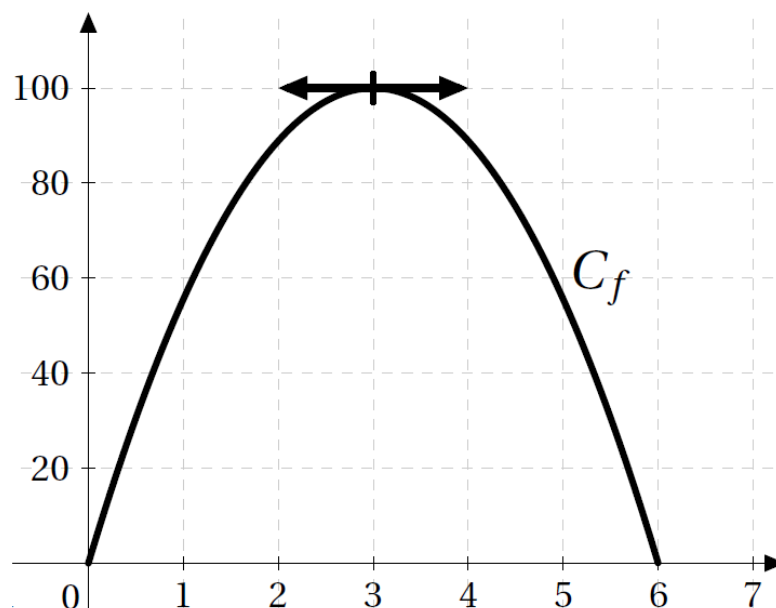
On appelle fonction « *satisfaction* » toute fonction dérivable qui prend ses valeurs entre 0 et 100. Lorsque la fonction « *satisfaction* » atteint la valeur 100, on dit qu'il y a « *saturation* ».

On définit aussi la fonction « *envie* » comme la fonction dérivée de la fonction « *satisfaction* ». On dira qu'il y a « *souhait* » lorsque la fonction « *envie* » est positive ou nulle et qu'il y a « *rejet* » lorsque la fonction « *envie* » est strictement négative.

Dans chaque partie, on teste un modèle de fonction « *satisfaction* » différent. Les parties A, B et C sont indépendantes.

Partie A

Un étudiant prépare un concours, pour lequel sa durée de travail varie entre 0 et 6 heures par jour. Il modélise sa satisfaction en fonction de son temps de travail quotidien par la fonction « *satisfaction* » f dont la courbe représentative est donnée ci-dessous (x est exprimé en heure).



Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes.

1. Lire la durée de travail quotidien menant à « *saturation* ».
2. Déterminer à partir de quelle durée de travail il y a « *rejet* ».

Partie B

Le directeur d'une agence de trekking modélise la satisfaction de ses clients en fonction de la durée de leur séjour. On admet que la fonction « satisfaction » g est définie sur l'intervalle $[0; 30]$ par $g(x) = 12,5xe^{-0,125x+1}$ (x est exprimé en jour).

1. Démontrer que, pour tout réel x de l'intervalle $[0; 30]$,

$$g'(x) = (12,5 - 1,5625x)e^{-0,125x+1}.$$

2. Étudier le signe de $g'(x)$ sur l'intervalle $[0; 30]$ puis dresser le tableau des variations de g sur cet intervalle.
3. Quelle durée de séjour correspond-elle à l'effet de « saturation » ?

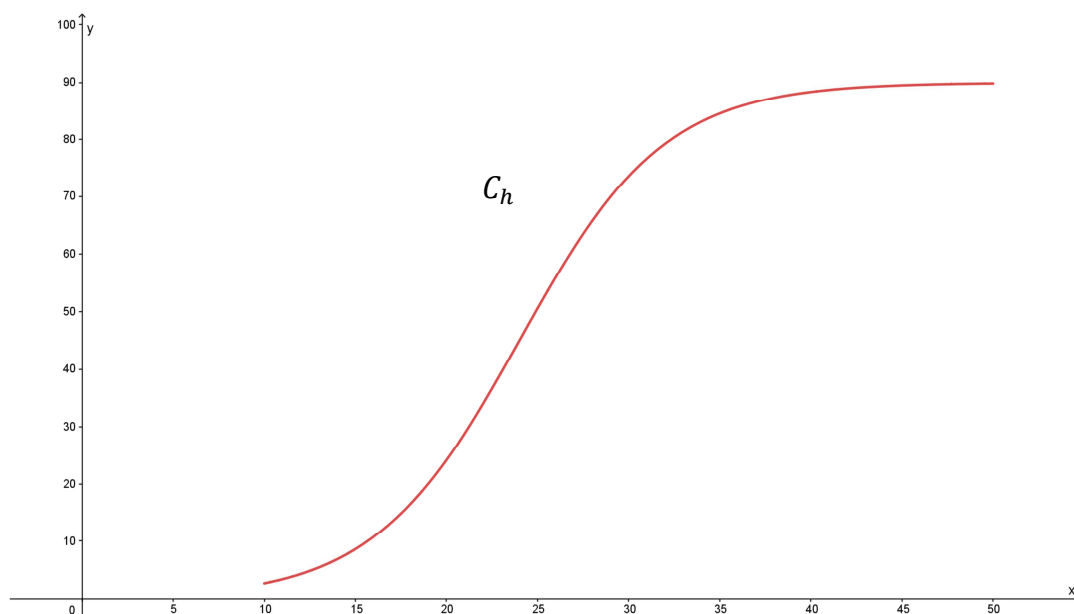
Partie C

La direction des ressources humaines d'une entreprise modélise la satisfaction d'un salarié en fonction du salaire annuel qu'il perçoit. On admet que la fonction « satisfaction » h , est définie sur l'intervalle $[10; 50]$ par

$$h(x) = \frac{90}{1 + e^{-0,25x+6}}$$

(x est exprimé en millier d'euros).

La courbe C_h de la fonction h est représentée ci-dessous :



Un logiciel de calcul formel donne les résultats suivants :

1	<p>Dériver($90/(1 + \exp(-0.25 * x + 6))$)</p> $\frac{22,5e^{-0,25x+6}}{(1 + e^{-0,25x+6})^2}$
2	<p>Dériver($22.5 * \exp(-0.25 * x + 6)/(1 + \exp(-0.25 * x + 6))^2$)</p> $\frac{5,625e^{-0,25x+6}(e^{-0,25x+6} - 1)}{(1 + e^{-0,25x+6})^3}$

1. Donner sans justification une expression de $h''(x)$.
2. Résoudre dans l'intervalle $[10; 50]$ l'inéquation $e^{-0,25x+6} - 1 > 0$.
3. Étudier la convexité de la fonction h sur l'intervalle $[10; 50]$.
4. À partir de quel salaire annuel peut-on estimer que la fonction « *envie* » décroît ? Justifier.
5. Déterminer, en le justifiant, pour quel salaire annuel la fonction « *satisfaction* » atteint 80. Arrondir au millier d'euros.