Corrigé

Exercice 3

freemaths.fr

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

Session 2017

MATHÉMATIQUES
- Série ES -

ENSEIGNEMENT OBLIGATOIRE

Durée de l'épreuve : 3 heures - Coefficient : 5

MATHÉMATIQUES
- Série L -

ENSEIGNEMENT DE SPECIALITE

Durée de l'épreuve : 3 heures - Coefficient : 4

Les calculatrices électroniques de poche sont autorisées, conformément à la réglementation en vigueur.

Le sujet est composé de 4 exercices indépendants. Le candidat doit traiter tous les exercices.
Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes, à condition de l'indiquer clairement sur la copie.
Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.
Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Avant de composer, le candidat s'assurera que le sujet comporte bien 6 pages numérotées de 1 à 6.

EXERCICE 3 (5 points)

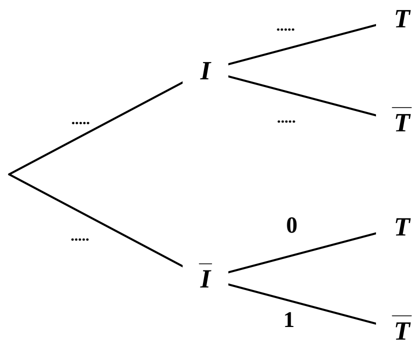
Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

D'après l'AFDIAG (Association Française Des Intolérants au Gluten), la maladie cœliaque, aussi appelée intolérance au gluten, est une des maladies digestives les plus fréquentes. Elle touche environ 1 % de la population.
On estime que seulement 20 % des personnes intolérantes au gluten passent le test pour être diagnostiquées.
On considère que si une personne n'est pas intolérante au gluten, elle ne passe pas le test pour être diagnostiquée.
On choisit au hasard une personne dans la population française qui compte environ 66,6 millions d'habitants au 1er janvier 2016.
On considère les événements :

- I : « la personne choisie est intolérante au gluten » ;
- T : « la personne choisie passe le test pour être diagnostiquée ».

PARTIE A

1) Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-contre :



2) Calculer la probabilité que la personne choisie soit intolérante au gluten et ne passe pas le test pour être diagnostiquée.

3) Montrer que $p(T) = 0{,}002$.

PARTIE B

L'AFDIAG a fait une enquête et a constaté que la maladie cœliaque était diagnostiquée en moyenne 11 ans après les premiers symptômes.

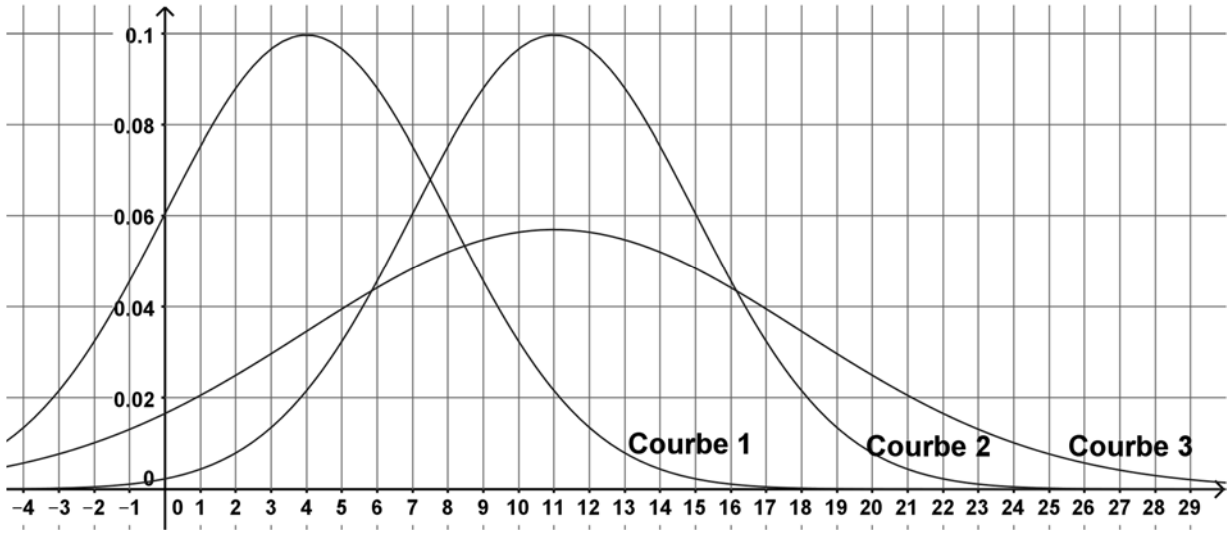
On note X la variable aléatoire représentant le temps en années mis pour diagnostiquer la maladie cœliaque à partir de l'apparition des premiers symptômes.
On admet que la loi de X peut être assimilée à la loi normale d'espérance $\mu = 11$ et d'écart-type $\sigma = 4$.

1) Calculer la probabilité que la maladie soit diagnostiquée entre 9 ans et 13 ans après les premiers symptômes. Arrondir le résultat à 10^{-3}.

2) Calculer $p(X \leq 6)$. Arrondir le résultat à 10^{-3}.

3) Sachant que $p(X \leq a) = 0{,}84$, donner la valeur de a arrondie à l'unité.
Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

4) Laquelle de ces trois courbes représente la fonction de densité de la loi normale d'espérance $\mu = 11$ et d'écart-type $\sigma = 4$? Justifier le choix. On pourra s'aider des réponses aux questions précédentes.



EXERCICE 3

[Amérique du Nord 2017]

Partie A:

1. Recopions et complétons l'arbre de probabilités:

D'après l'énoncé, nous avons:

- I = " la personne choisie est intolérante au gluten ".
- T = " la personne choisie passe le test pour être diagnostiquée ".

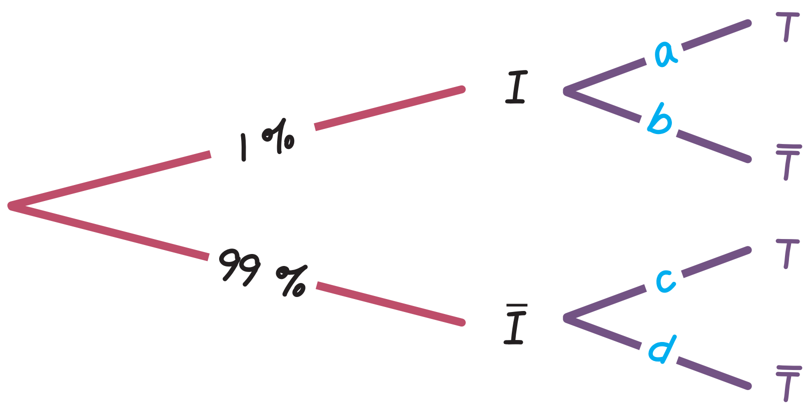
- $P(I) = 1\%$
- $P(\overline{I}) = 1 - 1\% = 99\%$.

- $P_I(T) = 20\%$
- $P_I(\overline{T}) = 1 - 20\% = 80\%$.

- $P_{\overline{I}}(T) = 0$
- $P_{\overline{I}}(\overline{T}) = 1 - 0 = 1$.

Les différentes probabilités établies, nous pouvons désormais traduire cette situation par un arbre pondéré.

D'où l'arbre de probabilités suivant:



, avec:
- $a = 20\ \%$
- $b = 80\ \%$
- $c = 0$
- $d = 1$

2. Calculons $P(I \cap \bar{T})$:

$P(I \cap \bar{T}) = P_I(\bar{T}) \times P(I)$.

Ainsi: $P(I \cap \bar{T}) = 0,8\%$.

Au total: la probabilité que la personne choisie soit intolérante au gluten et ne passe pas le test pour être diagnostiquée est de 0, 8%.

3. Montrons que $P(T) = 0,002$:

Nous devons ainsi calculer: $P(T)$.

Or, l'événement $T = (T \cap I) \cup (T \cap \bar{I})$.

D'où: $P(T) = P(T \cap I) + P(T \cap \bar{I})$

$= P_I(T) \times P(I) + P_{\bar{I}}(T) \times P(\bar{I})$.

Ainsi: $P(T) = 20\% \times 1\% + 0 \times 99\%$ cad: $P(T) = 0,002$.

Au total: $P(T) = 0,2\%$.