

Corrigé

Exercice 3



freemaths.fr

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

Session 2017

MATHÉMATIQUES

- Série ES -

ENSEIGNEMENT OBLIGATOIRE

Durée de l'épreuve : 3 heures - Coefficient : 5

MATHÉMATIQUES

- Série L -

ENSEIGNEMENT DE SPECIALITE

Durée de l'épreuve : 3 heures - Coefficient : 4

*Les calculatrices électroniques de poche sont autorisées,
conformément à la réglementation en vigueur.*

*Le sujet est composé de 4 exercices indépendants. Le candidat doit traiter tous les exercices.
Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte
pour aborder les questions suivantes, à condition de l'indiquer clairement sur la copie.
Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou
non fructueuse, qu'il aura développée.
Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront
pour une part importante dans l'appréciation des copies.*

Avant de composer, le candidat s'assurera que le sujet comporte bien 6 pages numérotées de 1 à 6.

EXERCICE 3 (5 points)

Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

D'après l'AFDIAG (Association Française Des Intolérants au Gluten), la maladie cœliaque, aussi appelée intolérance au gluten, est une des maladies digestives les plus fréquentes. Elle touche environ 1 % de la population.

On estime que seulement 20 % des personnes intolérantes au gluten passent le test pour être diagnostiquées.

On considère que si une personne n'est pas intolérante au gluten, elle ne passe pas le test pour être diagnostiquée.

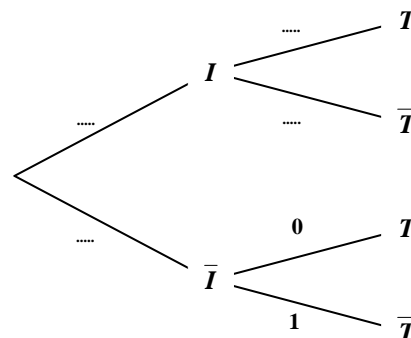
On choisit au hasard une personne dans la population française qui compte environ 66,6 millions d'habitants au 1^{er} janvier 2016.

On considère les événements :

- I : « la personne choisie est intolérante au gluten » ;
- T : « la personne choisie passe le test pour être diagnostiquée ».

PARTIE A

- 1) Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-contre :
- 2) Calculer la probabilité que la personne choisie soit intolérante au gluten et ne passe pas le test pour être diagnostiquée.
- 3) Montrer que $p(T) = 0,002$.



PARTIE B

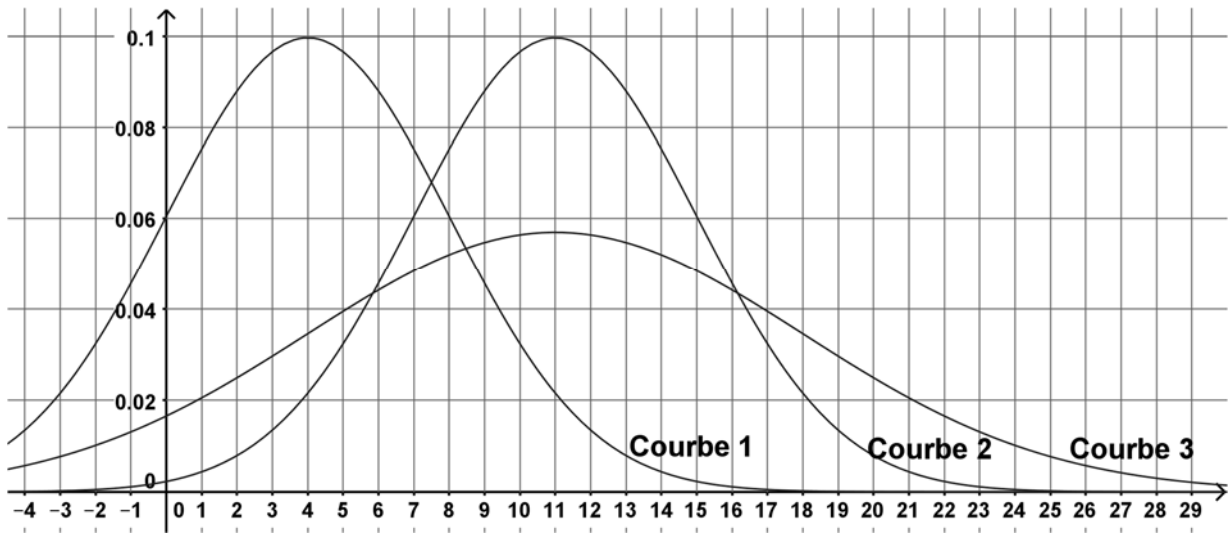
L'AFDIAG a fait une enquête et a constaté que la maladie cœliaque était diagnostiquée en moyenne 11 ans après les premiers symptômes.

On note X la variable aléatoire représentant le temps en années mis pour diagnostiquer la maladie cœliaque à partir de l'apparition des premiers symptômes.

On admet que la loi de X peut être assimilée à la loi normale d'espérance $\mu = 11$ et d'écart-type $\sigma = 4$.

- 1) Calculer la probabilité que la maladie soit diagnostiquée entre 9 ans et 13 ans après les premiers symptômes. Arrondir le résultat à 10^{-3} .
- 2) Calculer $p(X \leq 6)$. Arrondir le résultat à 10^{-3} .
- 3) Sachant que $p(X \leq a) = 0,84$, donner la valeur de a arrondie à l'unité. Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

4) Laquelle de ces trois courbes représente la fonction de densité de la loi normale d'espérance $\mu = 11$ et d'écart-type $\sigma = 4$? Justifier le choix. On pourra s'aider des réponses aux questions précédentes.



EXERCICE 3

[Amérique du Nord 2017]

Partie B:

1. Calculons la probabilité que la maladie soit diagnostiquée entre 9 ans et 13 ans après les premiers symptômes:

D'après l'énoncé, nous savons que:

- X suit la loi normale d'espérance $\mu = 11$ et d'écart type $\sigma = 4$.
- T suit la loi normale centrée réduite.

Il s'agit de calculer: $P(9 \leq X \leq 13)$.

A l'aide d'une machine à calculer, on trouve:

$$P(9 \leq X \leq 13) \approx 0,383.$$

Au total, la probabilité que la maladie soit diagnostiquée entre 9 ans et 13 ans après les premiers symptômes est d'environ: 38,3%.

2. Calculons $P(X \leq 6)$:

$$P(X \leq 6) = P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \leq \frac{6 - 11}{4}\right)$$

$$= P(T \leq -1,25)$$

$$= 1 - P(T \leq 1,25).$$

A l'aide d'une machine à calculer, on trouve:

$$P(X \leq 6) \approx 0,106.$$

Au total: $P(X \leq 6) \approx 10,6\%$.

3. a. Déterminons la valeur de " a " sachant que $P(X \leq a) = 0,84$:

$$\begin{aligned} P(X \leq a) = 0,84 &\Leftrightarrow P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \leq \frac{a - \mu}{\sigma}\right) = 0,84 \\ &\Rightarrow P\left(T \leq \frac{a - 11}{4}\right) = 0,84. \end{aligned}$$

A l'aide d'une machine à calculer, on trouve:

$$\frac{a - 11}{4} \approx 1 \Rightarrow a \approx 15 \text{ ans.}$$

Au total, la valeur recherchée pour " a " est d'environ: 15 ans.

3. b. Interprétons le résultat obtenu:

Cela signifie que dans 84% des cas, la maladie coeliaque a été diagnostiquée au plus tard 15 ans après l'apparition des premiers symptômes.

4. Laquelle des 3 courbes retenir ?

Nous retiendrons la courbe: N° 2.

En effet, sur cette courbe: $\mu = E(X) = 11$ (le maximum).

De plus, sur la courbe N° 2: $\sigma_2 = 4$, alors que sur la courbe N° 3: $\sigma_3 > 4$.