

## EXERCICE 3

### [ Amérique du Nord 2016 ]

1. **b. est la bonne réponse, avec b: "  $\frac{1}{8}$  ".**

- D'après le cours, quand  $X$  suit une loi uniforme sur l'intervalle  $[10; 50]$ :

$$P(a \leq X \leq b) = \frac{b - a}{50 - 10}$$

- Or ici, il s'agit de calculer:  $P(15 \leq X \leq 20)$ .

- D'où:  $P(15 \leq X \leq 20) = \frac{20 - 15}{50 - 10} \Rightarrow P(15 \leq X \leq 20) = \frac{1}{8}$ .

2. **c. est la bonne réponse, avec c: " 29% ".**

- Le prix passe de 200€ à 100€.

- Soient  $P_x$  le prix initial et  $P_y$  le prix final, avec:  $P_x = 200€$  et  $P_y = 100€$ .

- Soit "  $a$  " le pourcentage de baisse.

- D'après le cours, nous avons:  $P_y = (1 - a)^n \times P_x$ .

- Or ici:  $n = 2$  (car 2 baisses successives).

- D'où:  $P_y = (1 - a)^2 P_x \Leftrightarrow \frac{P_y}{P_x} = (1 - a)^2$

$$\Leftrightarrow 1 - a = \sqrt{\frac{P_y}{P_x}}$$

$$\Leftrightarrow a = 1 - \sqrt{\frac{P_y}{P_x}}$$

Ainsi:  $a = 1 - \sqrt{0,5} \Rightarrow a \approx 29\%$ .

3. d. est la bonne réponse, avec d: " sont croissantes sur l'intervalle [8;12] ".

- En effet:
  - pour tout  $x \in [0;2]$ :  $f(x) \leq 0$
  - pour tout  $x \in [2;18]$ :  $f(x) \geq 0$ .
- Les primitives de  $f$  sont donc décroissantes sur  $[0;2]$  et croissantes sur  $[2;18]$ .
- Etant croissantes sur  $[2;18]$ , elles sont donc croissantes sur  $[8;12]$ .

4. c. est la bonne réponse, avec c: "  $n = 1600$  ".

- D'après le cours, nous savons que:  $I = [53,5\% - \frac{I}{\sqrt{n}}; 53,5\% + \frac{I}{\sqrt{n}}]$ .
- D'après l'énoncé:  $I = [51\%; 56\%]$ .
- Par identification, nous pouvons alors écrire:

$$56\% - 51\% = \left(53,5\% + \frac{I}{\sqrt{n}}\right) - \left(53,5\% - \frac{I}{\sqrt{n}}\right)$$

$$\Leftrightarrow 5\% = \frac{2}{\sqrt{n}}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{n} = \frac{2}{5\%}$$

$$\Leftrightarrow n = (40)^2 \Rightarrow n = 1600.$$