Corrigé
Exercice 1

freemaths.fr

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

Session 2016

MATHÉMATIQUES

- Série ES -

ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Durée de l'épreuve : 3 heures

Coefficient : 7

Les calculatrices électroniques de poche sont autorisées, conformément à la réglementation en vigueur.

Le sujet est composé de 4 exercices indépendants. Le candidat doit traiter tous les exercices.
Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes, à condition de l'indiquer clairement sur la copie.
Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.
Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Avant de composer, le candidat s'assurera que le sujet comporte bien 5 pages numérotées de 1 à 5.

Exercice 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Les deux parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A

À une sortie d'autoroute, la gare de péage comporte trois voies.
Une étude statistique a montré que :

- 28 % des automobilistes empruntent la voie de gauche, réservée aux abonnés ; un automobiliste empruntant cette voie franchit toujours le péage en moins de 10 secondes ;
- 52 % des automobilistes empruntent la voie du centre, réservée au paiement par carte bancaire ; parmi ces derniers, 75 % franchissent le péage en moins de 10 secondes ;
- les autres automobilistes empruntent la voie de droite en utilisant un autre moyen de paiement (pièces ou billets).

On choisit un automobiliste au hasard et on considère les évènements suivants :

- G : « l'automobiliste emprunte la voie de gauche » ;
- C : « l'automobiliste emprunte la voie du centre » ;
- D : « l'automobiliste emprunte la voie de droite » ;
- T : « l'automobiliste franchit le péage en moins de 10 secondes ».

On note $\overline{T}$ l'évènement contraire de l'évènement T.

1. Construire un arbre pondéré traduisant cette situation.
   Cet arbre sera complété au fur et à mesure de l'exercice.
2. Calculer la probabilité $p(C \cap T)$.
3. L'étude a aussi montré que 70 % des automobilistes passent le péage en moins de 10 secondes.
   - **a.** Justifier que $p(D \cap T) = 0,03$.
   - **b.** Calculer la probabilité qu'un automobiliste empruntant la voie de droite passe le péage en moins de 10 secondes.

Partie B

Quelques kilomètres avant la sortie de l'autoroute, un radar automatique enregistre la vitesse de chaque automobiliste. On considère la variable aléatoire V qui, à chaque automobiliste, associe sa vitesse exprimée en km.h^{-1}.
On admet que V suit la loi normale d'espérance $\mu = 120$ et d'écart-type $\sigma = 7,5$.

1. Déterminer la probabilité $p(120 < V < 130)$. On arrondira le résultat au millième.
2. Une contravention est envoyée à l'automobiliste lorsque sa vitesse est supérieure ou égale à 138 km.h^{-1}.
   Déterminer la probabilité qu'un automobiliste soit sanctionné. On arrondira le résultat au millième.

EXERCICE 1

[Amérique du Nord 2016]

Partie A: Sortie d'autoroute

1. Représentons la situation par un arbre pondéré:

D'après l'énoncé, nous avons:

- G = " emprunte la voie de gauche ".
- C = " emprunte la voie du centre ".
- D = " emprunte la voie de droite ".
- T = " franchit le péage en moins de 10 secondes ".
- $\overline{T}$ = " franchit le péage en plus de 10 secondes ".

- $P(G) = 28\%$
- $P(C) = 52\%$
- $P(D) = 20\%$

$(28\% + 52\% + 20\% = 1)$.

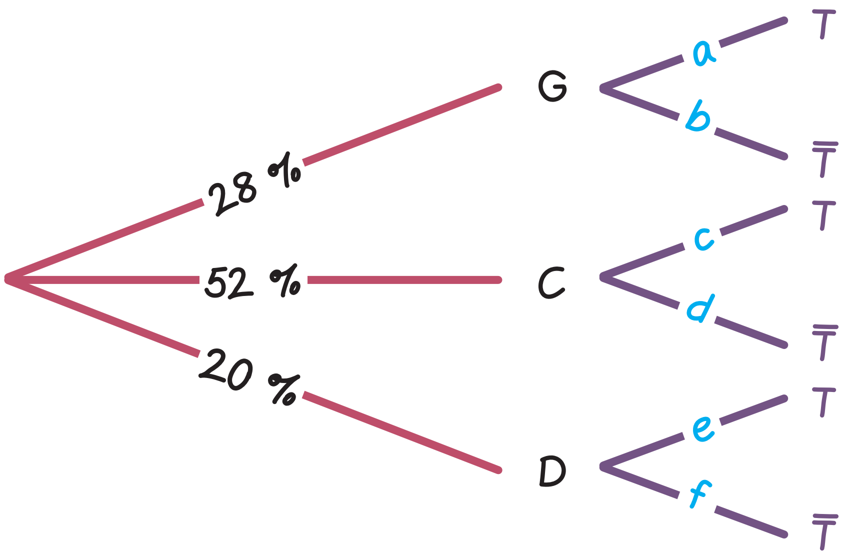
- $P_G(T) = 1$
- $P_G(\overline{T}) = 0$

$(1 + 0 = 1)$.

- $P_C(T) = 0.75$
- $P_C(\overline{T}) = 0.25$

$(0.75 + 0.25 = 1)$.

D'où l'arbre pondéré suivant:



, avec:
- $a = 1$
- $b = 0$
- $c = 0.75$
- $d = 0.25$
- $e = x$
- $f = y$

2. Calculons $P(C \cap T)$:

$P(C \cap T) = P_C(T) \times P(C)$.

Ainsi: $P(C \cap T) = 0.75 \times 0.52$ => $P(C \cap T) = 0.39$.

Au total, il y a 39% de chance pour que l'automobiliste emprunte la voie du centre et franchisse le péage en moins de 10 secondes.

3. a. Justifions que $P(D \cap T) = 0.03$:

L'événement $T = (G \cap T) \cup (C \cap T) \cup (D \cap T)$.

D'où: $P(T) = P(G \cap T) + P(C \cap T) + P(D \cap T)$.

Dans ces conditions:

$P(D \cap T) = P(T) - P_G(T) \times P(G) - P(C \cap T)$.

Ainsi: $P(D \cap T) = 0.7 - (1 \times 28\%) - 0.39$ => $P(D \cap T) = 0.03$.

Au total, nous avons donc bien: $P(D \cap T) = 3\%$.

3. b. Calculons la probabilité qu'un automobiliste empruntant la voie de droite passe le péage en moins de 10 secondes:

Cela revient à calculer: $P_D(T)$.

$P_D(T) = \dfrac{P(D \cap T)}{P(D)}$.

Ainsi: $P_D(T) = \dfrac{3\%}{20\%}$ => $P_D(T) = 15\%$.

Au total, la probabilité demandée est de: 15%.

D'où: x = 15% et y = 85%.

EXERCICE 1

[Amérique du Nord 2016]

Partie B: Vitesse de l'automobiliste

1. Déterminons $P(120 < V < 130)$:

D'après l'énoncé, nous savons que:

- V est la variable aléatoire qui correspond à la vitesse de chaque automobiliste (en km/h).
- V suit la loi normale d'espérance $\mu = 120$ et d'écart type $\sigma = 7,5$.
- T suit la loi normale centrée réduite.

Il s'agit de calculer: $P(120 < V < 130)$.

$P(120 < V < 130) = P(120 \leqslant V \leqslant 130)$.

A l'aide d'une machine à calculer, on trouve:

$$P(120 < V < 130) \approx 0,403.$$

Au total, la probabilité que la vitesse de l'automobiliste soit comprise entre 120 et 130 km/h est de: 40,3%.

2. Déterminons la probabilité qu'un automobiliste soit sanctionné:

L'automobiliste est sanctionné ssi: $P(V \geqslant 138)$.

$$P(V \geqslant 138) = P\left(\frac{V - \mu}{\sigma} \geqslant \frac{138 - 120}{7,5}\right)$$

$= P(T \geqslant 2,4)$

$= 1 - P(T \leqslant 2,4)$.

A l'aide d'une machine à calculer, on trouve:

$P(V \geqslant 138) \approx 0,008$.

Au total, la probabilité pour qu'un automobiliste soit sanctionné est de:

0, 8%.