# EXERCICE 1

## [ Amérique du Nord 2016 ]

### Partie A: Sortie d'autoroute

**1. Représentons la situation par un arbre pondéré:**

D'après l'énoncé, nous avons:

- $G$ = " emprunte la voie de gauche ".
- $C$ = " emprunte la voie du centre ".
- $D$ = " emprunte la voie de droite ".
- $T$ = " franchit le péage en moins de 10 secondes ".
- $\overline{T}$ = " franchit le péage en plus de 10 secondes ".

- $P(G) = 28\%$
- $P(C) = 52\%$
- $P(D) = 20\%$

$(28\% + 52\% + 20\% = 1)$.

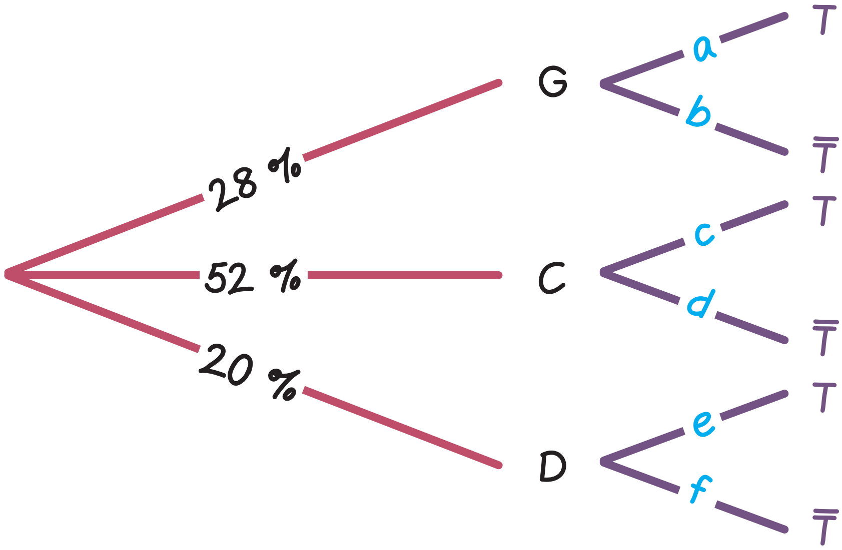
- $P_G(T) = 1$
- $P_G(\overline{T}) = 0$

$(1 + 0 = 1)$.

- $P_C(T) = 0.75$
- $P_C(\overline{T}) = 0.25$

$(0.75 + 0.25 = 1)$.

D'où l'arbre pondéré suivant:




, avec:

- $a = 1$
- $b = 0$
- $c = 0.75$
- $d = 0.25$
- $e = x$
- $f = y$

## 2. Calculons $P(C \cap T)$:

$P(C \cap T) = P_C(T) \times P(C)$.

Ainsi: $P(C \cap T) = 0.75 \times 0.52$ => $P(C \cap T) = 0.39$.

Au total, il y a 39% de chance pour que l'automobiliste emprunte la voie du centre et franchisse le péage en moins de 10 secondes.

## 3. a. Justifions que $P(D \cap T) = 0.03$:

L'événement $T = (G \cap T) \cup (C \cap T) \cup (D \cap T)$.

D'où: $P(T) = P(G \cap T) + P(C \cap T) + P(D \cap T)$.

Dans ces conditions:

$P(D \cap T) = P(T) - P_G(T) \times P(G) - P(C \cap T)$.

Ainsi: $P(D \cap T) = 0.7 - (1 \times 28\%) - 0.39$ => $P(D \cap T) = 0.03$.

Au total, nous avons donc bien: $P(D \cap T) = 3\%$.

**3. b. Calculons la probabilité qu'un automobiliste empruntant la voie de droite passe le péage en moins de 10 secondes:**

Cela revient à calculer: $P_D(T)$.

$$P_D(T) = \frac{P(D \cap T)}{P(D)}.$$

Ainsi: $P_D(T) = \frac{3\%}{20\%}$ => $P_D(T) = 15\%$.

Au total, la probabilité demandée est de: 15%.

D'où: $x = 15\%$ et $y = 85\%$.

# EXERCICE 1

## [ Amérique du Nord 2016 ]

### Partie B: Vitesse de l'automobiliste

**1. Déterminons $P(120 < V < 130)$:**

D'après l'énoncé, nous savons que:

- $V$ est la variable aléatoire qui correspond à la vitesse de chaque automobiliste (en km/h).
- $V$ suit la loi normale d'espérance $\mu = 120$ et d'écart type $\sigma = 7,5$.
- $T$ suit la loi normale centrée réduite.

Il s'agit de calculer: $P(120 < V < 130)$.

$P(120 < V < 130) = P(120 \leqslant V \leqslant 130)$.

A l'aide d'une machine à calculer, on trouve:

$$P(120 < V < 130) \approx 0,403.$$

Au total, la probabilité que la vitesse de l'automobiliste soit comprise entre 120 et 130 km/h est de: $40,3\%$.

**2. Déterminons la probabilité qu'un automobiliste soit sanctionné:**

L'automobiliste est sanctionné ssi: $P(V \geqslant 138)$.

$$P(V \geqslant 138) = P\left(\frac{V - \mu}{\sigma} \geqslant \frac{138 - 120}{7,5}\right)$$

$= P\,(T \geqslant 2,4)$

$= 1 - P\,(T \leqslant 2,4).$

A l'aide d'une machine à calculer, on trouve:

$P\,(V \geqslant 138) \approx 0,008.$

Au total, la probabilité pour qu'un automobiliste soit sanctionné est de:

$0,8\%.$