EXERCICE 2

[Amérique du Nord 2015]

Partie A : Cigarette et sport

1. Précisons $P(S)$ et $P_{\overline{F}}(S)$:

D'après l'énoncé, nous avons :

- S = " l'élève choisi est inscrit à l'association sportive ".
- F = " l'élève choisi est fumeur ".

- $P(S) = 20.3\%$
- $P(\overline{S}) = 79.7\%$

($20.3\% + 79.7\% = 1$).

- $P(F) = 17.8\%$
- $P(\overline{F}) = 82.2\%$

($17.8\% + 82.2\% = 1$).

- $P_{\overline{F}}(S) = 22.5\%$
- $P_{\overline{F}}(\overline{S}) = 77.5\%$

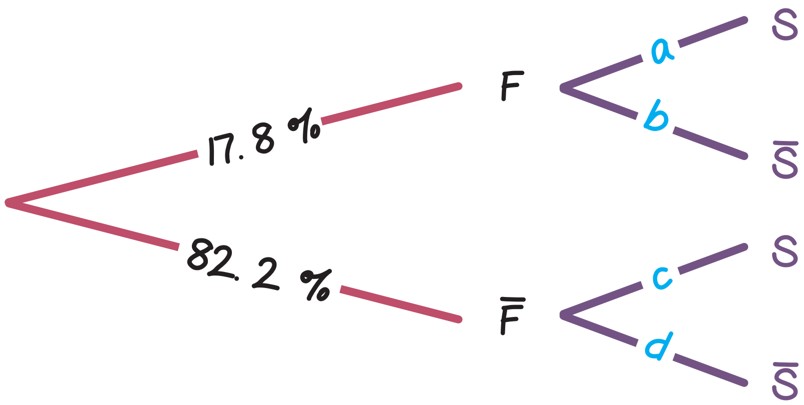
($22.5\% + 77.5\% = 1$).

Ainsi, les probabilités demandées sont :

$$P(S) = 20.3\% \text{ et } P_{\overline{F}}(S) = 22.5\%.$$

2. Recopions et complétons l'arbre:

Nous avons l'arbre pondéré suivant:



, avec:

- $a = ?$
- $b = ?$
- $c = 22.5\ \%$
- $d = 77.5\ \%$

3. Calculons $P(\overline{F} \cap S)$ et interprétons:

$P(\overline{F} \cap S) = P_{\overline{F}}(S) \times P(\overline{F})$.

Ainsi: $P(\overline{F} \cap S) = 22.5\% \times 82.2\%$

$\Rightarrow P(\overline{F} \cap S) \approx 18.49\%$.

Au total, il y a 18.49% de chance pour que l'élève soit fumeur et soit inscrit à l'association sportive.

4. Calculons la probabilité qu'un élève soit non fumeur sachant qu'il est inscrit à l'association sportive:

Cela revient à calculer: $P_S(\overline{F})$.

$$P_S(\overline{F}) = \frac{P(\overline{F} \cap S)}{P(S)}.$$

Ainsi: $P_S(\bar{F}) = \dfrac{18.49\%}{20.3\%}$ => $P_S(\bar{F}) \approx 91\%$.

La probabilité demandée est donc de: 91%.

5. Montrons que $P_F(S) = 0.101$:

$P_F(S) = \dfrac{P(F \cap S)}{P(S)}$.

Or: • $P(F \cap S) = P(S) - P(\bar{F} \cap S)$

=> $P(F \cap S) = 20.3\% - 18.49\%$

=> $P(F \cap S) \approx 1.81\%$.

• $P(S) = 20.3\%$.

Ainsi: $P_F(S) = \dfrac{1.81\%}{20.3\%}$ => $P_F(S) \approx 10.1\%$.

Au total, la probabilité que l'élève fumeur soit inscrit à l'association sportive est d'environ: 10%.

Partie B: Loterie et sport

Calculons la probabilité que parmi les 4 élèves gagnants, il y en ait au moins 1 qui soit inscrit à l'association:

Soit l'expérience aléatoire consistant à choisir 4 élèves gagnants.

Soient les événements A = " l'élève gagnant est inscrit à l'association ", et $\bar{A}$ = " l'élève gagnant n'est pas inscrit à l'association ".

On désigne par X le nombre de fois où l'événement A s'est réalisé au cours des 4 épreuves.

Nous sommes en présence de 4 épreuves aléatoires indépendantes avec $\Omega = \{ A ; \bar{A} \}$ et $X(\Omega) = \{ 0, 1, 2, 3, 4 \}$.

En fait, on répète 4 fois un schéma de Bernoulli.

La variable aléatoire discrète X représentant le nombre de réalisations de A suit donc une loi binômiale de paramètres: $n = 4$ et $p = 20.3\%$.

Et nous pouvons noter: $X \rightsquigarrow B(4 ; 20.3\%)$.

Ici, nous devons calculer: $P(X \geq 1)$, avec: $X \rightsquigarrow B(4 ; 20.3\%)$.

Or: $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0)$

$$= 1 - \binom{4}{0} (20.3\%)^0 (1 - 20.3\%)^4$$

$$\Rightarrow P(X \geq 1) \approx 59.7\%.$$

(à l'aide d'une machine à calculer)

Au total, la probabilité demandée est de: 59.7%.