

# Corrigé

## Exercice 2



---

---

freemaths.fr

---

---

# BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

Session 2015

## MATHÉMATIQUES

- Série ES -

### ENSEIGNEMENT OBLIGATOIRE

*Durée de l'épreuve : 3 heures - Coefficient : 5*

## MATHÉMATIQUES

- Série L -

### ENSEIGNEMENT DE SPECIALITE

*Durée de l'épreuve : 3 heures - Coefficient : 4*

*Les calculatrices électroniques de poche sont autorisées,  
conformément à la réglementation en vigueur.*

*Le sujet est composé de 4 exercices indépendants. Le candidat doit traiter tous les exercices.  
Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le  
texte pour aborder les questions suivantes, à condition de l'indiquer clairement sur la copie.  
Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète  
ou non fructueuse, qu'il aura développée.  
Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entre-  
ront pour une part importante dans l'appréciation des copies.*

*Avant de composer, le candidat s'assurera que le sujet comporte bien 5 pages numérotées de 1 à 5.*

## EXERCICE 2 (5 points)

*Commun à tous les candidats*

Les parties A et B sont indépendantes.

Dans un grand collège, 20,3 % des élèves sont inscrits à l'association sportive.  
Une enquête a montré que 17,8 % des élèves de ce collège sont fumeurs.  
De plus, parmi les élèves non fumeurs, 22,5 % sont inscrits à l'association sportive.

On choisit au hasard un élève de ce collège. On note :

- $S$  l'événement « l'élève choisi est inscrit à l'association sportive » ;
- $F$  l'événement « l'élève choisi est fumeur ».

### Rappel des notations :

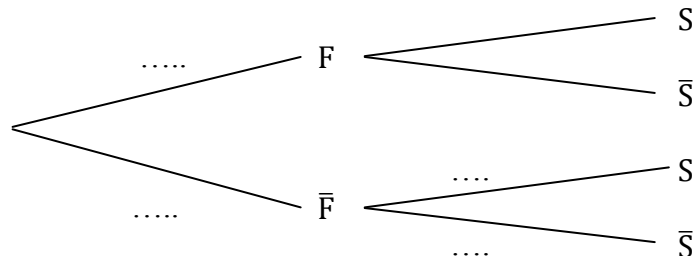
Si  $A$  et  $B$  sont deux événements,  $p(A)$  désigne la probabilité de l'événement  $A$  et  $p_B(A)$  désigne la probabilité de l'événement  $A$  sachant que l'événement  $B$  est réalisé.

On note  $\bar{A}$  l'événement contraire de  $A$ .

Dans tout cet exercice, les résultats seront arrondis au millième.

### Partie A

- 1) D'après les données de l'énoncé, préciser les valeurs des probabilités  $p(S)$  et  $p_{\bar{F}}(S)$ .
- 2) Recopier l'arbre ci-dessous et remplacer chacun des quatre pointillés par la probabilité correspondante.



- 3) Calculer la probabilité de l'événement  $\bar{F} \cap S$  et interpréter ce résultat.
- 4) On choisit au hasard un élève parmi ceux inscrits à l'association sportive. Calculer la probabilité que cet élève soit non fumeur.
- 5) On choisit au hasard un élève parmi les élèves fumeurs. Montrer que la probabilité que cet élève soit inscrit à l'association sportive est 0,101.

### Partie B

Une loterie, à laquelle tous les élèves du collège participent, est organisée pour la journée anniversaire de la création du collège. Quatre lots sont offerts. On admet que le nombre d'élèves est suffisamment grand pour que cette situation soit assimilée à un tirage avec remise.

On rappelle que 20,3 % de l'ensemble des élèves sont inscrits à l'association sportive.

En justifiant la démarche, calculer la probabilité que parmi les quatre élèves gagnants, il y en ait au moins un qui soit inscrit à l'association sportive.

## EXERCICE 2

[ Amérique du Nord 2015 ]

### Partie A: Cigarette et sport

1. Précisons  $P(S)$  et  $P_{\bar{F}}(S)$ :

D'après l'énoncé, nous avons:

- $S =$  " l'élève choisi est inscrit à l'association sportive ".
- $F =$  " l'élève choisi est fumeur ".

- $P(S) = 20.3\%$
- $P(\bar{S}) = 79.7\%$   
(  $20.3\% + 79.7\% = 1$  ).

- $P(F) = 17.8\%$
- $P(\bar{F}) = 82.2\%$   
(  $17.8\% + 82.2\% = 1$  ).

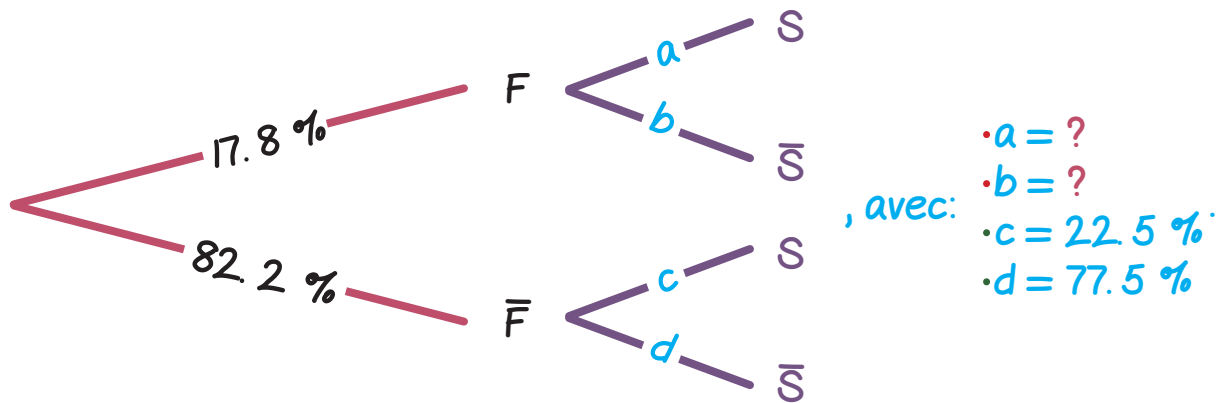
- $P_{\bar{F}}(S) = 22.5\%$
- $P_{\bar{F}}(\bar{S}) = 77.5\%$   
(  $22.5\% + 77.5\% = 1$  ).

Ainsi, les probabilités demandées sont:

$$P(S) = 20.3\% \text{ et } P_{\bar{F}}(S) = 22.5\%.$$

## 2. Recopions et complétons l'arbre:

Nous avons l'arbre pondéré suivant:



## 3. Calculons $P(\bar{F} \cap S)$ et interprétons:

$$P(\bar{F} \cap S) = P_{\bar{F}}(S) \times P(\bar{F}).$$

$$\text{Ainsi: } P(\bar{F} \cap S) = 22.5\% \times 82.2\%$$

$$\Rightarrow P(\bar{F} \cap S) \approx 18.49\%.$$

Au total, il y a 18.49% de chance pour que l'élève soit fumeur et soit inscrit à l'association sportive.

## 4. Calculons la probabilité qu'un élève soit non fumeur sachant qu'il est inscrit à l'association sportive:

Cela revient à calculer:  $P_S(\bar{F})$ .

$$P_S(\bar{F}) = \frac{P(\bar{F} \cap S)}{P(S)}$$

$$\text{Ainsi: } P_S(\bar{F}) = \frac{18.49\%}{20.3\%} \Rightarrow P_S(\bar{F}) \approx 91\%.$$

La probabilité demandée est donc de: 91%.

5. Montrons que  $P_F(S) = 0.101$ :

$$P_F(S) = \frac{P(F \cap S)}{P(S)}.$$

$$\text{Or: } \bullet \quad P(F \cap S) = P(S) - P(\bar{F} \cap S)$$

$$\Rightarrow P(F \cap S) = 20.3\% - 18.49\%$$

$$\Rightarrow P(F \cap S) \approx 1.81\%.$$

$$\bullet \quad P(S) = 20.3\%.$$

$$\text{Ainsi: } P_F(S) = \frac{1.81\%}{20.3\%} \Rightarrow P_F(S) \approx 10.1\%.$$

Au total, la probabilité que l'élève fumeur soit inscrit à l'association sportive est d'environ: 10%.

## Partie B: Loterie et sport

Calculons la probabilité que parmi les 4 élèves gagnants, il y en ait au moins 1 qui soit inscrit à l'association:

Soit l'expérience aléatoire consistant à choisir 4 élèves gagnants.

Soient les événements  $A =$  " l'élève gagnant est inscrit à l'association ", et  $\bar{A} =$  " l'élève gagnant n'est pas inscrit à l'association ".

On désigne par  $X$  le nombre de fois où l'événement  $A$  s'est réalisé au cours des 4 épreuves.

Nous sommes en présence de 4 épreuves aléatoires indépendantes avec  $\Omega = \{ A ; \bar{A} \}$  et  $X(\Omega) = \{ 0, 1, 2, 3, 4 \}$ .

En fait, on répète 4 fois un schéma de Bernoulli.

La variable aléatoire discrète  $X$  représentant le nombre de réalisations de  $A$  suit donc une loi binômiale de paramètres:  $n = 4$  et  $p = 20.3\%$ .

Et nous pouvons noter:  $X \rightsquigarrow B(4; 20.3\%)$ .

Ici, nous devons calculer:  $P(X \geq 1)$ , avec:  $X \rightsquigarrow B(4; 20.3\%)$ .

Or:  $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0)$

$$= 1 - \binom{4}{0} (20.3\%)^0 (1 - 20.3\%)^4$$

$$\Rightarrow P(X \geq 1) \approx 59.7\%$$

( à l'aide d'une machine à calculer )

Au total, la probabilité demandée est de: 59.7%.