

www.freemaths.fr

BACCALAURÉAT MATHÉMATIQUES

SUJET 1

CORRIGÉ
EXERCICE

1



CENTRES ÉTRANGERS 1

2023

Questionnaire à Choix Multiple

RÉPONSES

C

B

A

D

D

1. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_n = \frac{1+2^n}{3+5^n}$ et la suite $(U_n) \dots$

Pour répondre à cette question, nous allons calculer la limite de U_n en $+\infty$.

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow +\infty} U_n &= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1+2^n}{1+5^n} \\ &= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^n \times \left(\frac{1}{2^n} + 1\right)}{5^n \times \left(\frac{1}{5^n} + 1\right)} \\ &= \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{5}\right)^n \times \left(\frac{\frac{1}{2^n} + 1}{\frac{1}{5^n} + 1}\right). \end{aligned}$$

Or: • $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{2^n} = 0$

• $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{5^n} = 0.$

Et: $\frac{2}{5} < 1.$

Dans ces conditions: $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{5}\right)^n \times \left(\frac{1}{1}\right)$

$$= 0 \quad \text{car} \quad \frac{2}{5} < 1.$$

Donc la suite (U_n) converge vers 0.

2. Sur $]0; +\infty[$, $f(x) = x^2 \ln(x)$ et $f'(x) = \dots$

Ici: • $f(x) = x^2 \ln(x)$

• $\mathcal{D}f =]0; +\infty[$.

La fonction f est dérivable sur $]0; +\infty[$ comme produit de deux fonctions dérivables sur $]0; +\infty[$.

Par conséquent, nous pouvons calculer f' pour tout $x \in]0; +\infty[$.

Pour tout $x \in]0; +\infty[$: $f'(x) = [2x \times \ln(x)] + \left[x^2 \times \frac{1}{x}\right]$

$$= x \times (2 \ln(x) + 1).$$

Ainsi pour tout $x \in]0; +\infty[$: $f'(x) = x \times (2 \ln(x) + 1)$.

3. H est la primitive de la fonction h sur \mathbb{R} qui s'annule en 0, son signe est \dots

Comme H est la primitive de la fonction h sur \mathbb{R} , h est par conséquent la dérivée de la fonction H sur \mathbb{R} .

Le tableau de variations de la fonction h nous permet d'établir le tableau de signes de la fonction h sur \mathbb{R} .

x	$-\infty$	$ $	$+\infty$
Signe de h	-	0	+

Comme d'après l'énoncé $H(0) = 0$, nous pouvons établir le tableau de variations de la fonction H :

x	$-\infty$	0	$ $	$+\infty$
Variations de H				

Ainsi: la primitive H de h est positive sur $]-\infty; 0]$.

4. La fonction en langage Python qui permet de donner une valeur approchée de α à $0,001$ est...

```
def racine (a, b) :
    while abs (b - a) >= 0.001 :
        m = (a + b)/2
        if f(m) < 0 :
            a = m
        else :
            b = m
    return m
```

5. La probabilité d'obtenir exactement deux boules vertes est...

D'après l'énoncé, l'urne contient:

- 7 boules bleues
- 3 boules vertes.

Ici, il s'agit de calculer la probabilité d'obtenir exactement deux boules vertes sur trois tirages successifs avec remise.

Nous sommes donc en présence d'une loi binomiale de paramètres:

$$n = 3 \text{ et } p = \frac{3}{10} = 0,3.$$

Dans ces conditions: $P(\text{obtenir " 2 " boules vertes}) = \binom{3}{2} \left(\frac{3}{10}\right)^2 \left(\frac{7}{10}\right)^1$

$$= \binom{3}{2} \left(\frac{7}{10}\right) \left(\frac{3}{10}\right)^2.$$

La probabilité d'obtenir exactement deux boules vertes est donc:

$$\binom{3}{2} \left(\frac{7}{10}\right) \left(\frac{3}{10}\right)^2.$$